N.V.

Zur
Bibliothek
der
Königl. Bayer. Studien-Anstalt
in
Landshut.

~~Mathem. 327.~~

GL 84 n.v.

Rechenkunst

sowohl

mit Ziffern, als Buchstaben

samt einem Anhang,

wie die lateinischen arithmetischen Wörter deutsch zu geben;

Zu akademischen Gebrauch

verfertiget

von P. Michael Lory

Benediktiner zu Tegernsee, d. Z. Professor der Weltweisheit zu Salzburg.

M
67

KGL. STUD. BIBLIOTHEK LANDSHUT

Mit Erlaubniß der Obern.

Allda gedruckt und zu finden bey Johann Joseph Mayr, Hof- und akademisch. Buchdruckers und Händlers sel. Erbin, 1761.

CErnis peritiam hujus Diſciplinæ nobis neceſſariam eſſe: quandoquidem, ut apparet, animum ad hoc inducit, ut ipſe intelligentia utatur ad veritatem ipſam percipiendam; atque homines natura Arithmetici ad omnes doctrinas, ut ita dixerim, acuti videntur; quin etiam, ſi qui ingenio tardiores huic ſe ſtudio dederint, ſi nullam utilitatem aliam ſuſceperint, tamen hoc aſſequentur, ut acutiores, quam antea ſint.

Plato de Republ. VII.

135947979

Universitätsbibliothek Passau

Vorrede.

Es muß wahrhaftig gar keine, oder doch eine gar geringe Einsicht in Sachen besitzen, der nicht erkennet, was unaussprechlichen Nutzen die Mathematik nicht nur dem gemeinen Wesen, sonder auch den Wissenschaften und der Kirche überhaupt verschaffe. Was wäre aller Handel ohne die Rechenkunst? Wie hätten die Künste und Handwerke zu solcher Vollkomenheit und Bequemlichkeit ohne die Mechanik gelangen können? Wie wären die Schiffer so keck geworden, ohne die Sternkunst von dieser in eine neue Welt überzufahren? Wie hätte man ohne die Baukunst nicht nur gemeinen Leuten zur Nothdurft die Häuser, oder grossen Fürsten zur Lust ihre Palläste, sonder dem Allerhöchsten zu Ehre die geheiligten Tempel zu erheben vermocht? Wie könte ein unglückliches Land ohne die Kriegsbaukunst wider seine

)(stol-

stolzen Feinde, und bedrohenden Verheerungen geschützet werden? Wie würde endlich in der Kirche eine wahre Geschicht vom Vergangenen, oder eine einhellige Ordnung im GOttesdienst, oder eine erbauliche Andacht ohne die Zeitrechnung und Musikkunst erhalten worden seyn, oder noch künftig hin erhalten werden? Keines, weder das Geistliche, weder das Weltliche kann der Mathematik entbehren, seit dem die ganze Natur nach den mathematischen Gesetzen, (a) nach Gewicht/ Zahl und Maaß von GOtt ist geschaffen worden, und annoch erhalten wird. Dieses nur ein wenig mehr zu erklären, wäre zu viel Zeit und Raum vonnöthen. Genug seye, es nur gemeldet zu haben, um nicht sowohl die Fürtreflichkeit als alleinigen Nutzen der Mathematik zu erweisen.

Dieses mag wohl die Griechen schon einst bewogen haben, daß sie in ihren ersteren und niederen Schulen diese Wissenschaft einführeten: denn Plato keinen in seine Schule einliesse (b), der nicht die unvermischte Mathematik erlernet hatte. Wie denn auch Aristoteles in seinen logischen Schriften von Beweisen schier keine andere Beyspiele, als nach algebraischer Art mit

Buch

(a) Sapient. 11. ℣. 21. (b) Laërt. L. 3.

Buchstaben (a) anführet, und in gar vielen Stücken scheint voraus zu setzen.

Eben dieses glaube ich seye auch der Beweggrund gewesen, daß man die Mathematik auf allen hohen Schulen gewohnet hat vorzulesen, wiewohl mit ungleichen Nutzen der Lehrjünger; als von welchen diese in sich so nutzbare Wissenschaft entweder aus anscheinender Beschwerniß, oder nicht offentlich anscheinendem Eigennutzen und Versorgung schier gar vernachläßiget ist worden.

Die Oberen unser Universität haben noch einen anderen Gegensatz des Verstosses weislichst wahrgenommen; der darinn besteht, daß die Mathematik wie anderstwo (doch mit gleicher Verabsaumung) nur in höhern Schulen angefangen wurde, allwo dann auf einmal der Sache zu viel, und die Beschwerniß allzu anscheinend war, als daß sie freyer Leute Geduld, Fleiß und Langmuth nicht abmatten, oder gar erlegen und zerschlagen solte.

Nun ist diese Hinderniß nicht nur in deren Einsicht gekommen, sonder ihre Vorsicht hat auch zugleich Mittel ausgefunden selbe zu tilgen, und letzthin (b) zu beschliessen

(a) In Analyticis. (b) In Recessu. Visitat. h. a. 1760.

sen, daß hinfüro nicht erst in hohen, sonder gleich in niedern Schulen mit dieser Lehr solle angefangen werden. Denn auf solch: Weise die Menge der Sachen in die Vielheit der Jahre, und die Beschwerniß der Arbeit in die Dauer der Lehre abgetheilet wurde: Wobey ein so gewisserer Nutzen zu hoffen schien, als zugleich leichtere, und zugleich kräftigere Mittel für Schuler dieser Art es giebt, selbe zum Fleis anzuhalten. Ja die Mathematik hat aus Erfahrung dieses in sich, daß sie nur durch ihre Weitschichtigkeit den Sinn erschröcke, sonst aber, wenn man Zeit findt Schritt für Schritt zu setzen, wegen Klarheit und Augenscheinlichkeit der Wahrheit ihn gleichsam mit einem stillen Gewalt anzuhalten, und einzunehmen vermöge.

Den vorgenommenen Endzweck ganz gewiß zu erreichen, schien nun nichts mehr zu ermangeln, als ein solches Buch, welches nach der Art verfasset wäre, wie man sich vorgenommen hatte, die Lehre einzurichten, und vom Grund zu bauen. Das Glücke traf gegenwärtiges Büchlein, welches ich unlängst aus hoherem Befehl verfertiget hatte. Ich habe sowohl vom Buch selber, als auch von dessen Gebrauch und Einrichtung der Lehrart nach Abtheilung der

Jahre

Jahre aus nämlichen Befehl etwas zu berichten, und zu erinneren.

Zwar, was die Einrichtung und Innhalt des Buches selber angehet, kann aus nachfolgendem Register (a) ersehen werden. Von der Schreibart, und Sprache aber mag jenes gelesen werden, was ich vor dem letzten Wortregister (b) anführe. Ich habe nur zu melden, daß alle Anfangsgründe sowohl zu gemeinen als algebraischen Rechnungen darinn enthalten seyen. Und habe ich zwar wegen dem Abhang und Erleichterung der einen durch die andere die Materien also eingetheilet, daß was Anfangs von der gemeinen Rechenkunst ist belehret worden, eben dieß gleich daran auch algebraisch zu Werke zu bringen gezeiget würde. Deßwegen nach dem ersten Buch, in welchem die fünf sogenannten Rechnungs *Species* enthalten sind, habe ich diese nämlichen *Species* algebraisch zu verrichten im zweyten Buch für mich genommen. Also habe ich auch im dritten Buch nach den gemeinen Brüchen die Rechnungen in algebraischen Brüchen, und im fünften Buch nach Ausziehung der Wurzel in Ziffern eben diese aus Buchstaben zu finden

(a) Post Præfationem.
(b) In fine Libri.

den gewiesen; das sechste aber ganz dem letztern gewiedmet. Wie wohl nicht unumgänglich vonnöthen ist, in eben dieser Ordnung das Buch vorzulesen. Und just dieses ist, was ich itzt zu zeigen, und die Lehre für die Schulen abzutheilen, auch einige Erinnerungen über die Lehrart beyzurücken bin befehliget worden.

Die Abtheilung wird nach Anzahl der Bücher ganz leicht seyn. Für die Rudiment seye das erste Buch von den fünf ersten Rechnungs *Speciebus*. Für die Gramatik ist das dritte Buch von den Brüchen, von §. 241 bis 248 ausgenommen, weil sie zur Algebra gehören. In dem Syntax solle das vierte Buch von Proportionen ganz genommen werden. Nun muß in der Poësi das zweyte Buch nebst dem fünften Hauptstück des dritten, in der Rhetorik aber das fünfte Buch ganz erkläret und erlernet werden. Das sechste Buch endlich mag für die Logik übrig bleiben. Niemand wird seyn, der bey so gemachter Eintheilung nicht ersieht, wie leicht es sowohl Lehrern als Lernenden ankommen werde, wenn nur einmal die Sache in ihren Gang gekommen, so etwas weniges in Frist eines Jahres zu begreifen, und also schier gar Spielweis jenes inne zu haben, was

man sonst als etwas fast unüberwindliches pflegte anzusehen und auszugeben. Aber, wie wird eben dieses können eingerichtet werden, sagt man: wie werden die itzigen Poeten oder Rhetores ihr zweyt und fünftes Buch erlernen können, ohne die vorigen ununterläßlich nothwendigen Dinge erlernet zu haben? Für sie wird die alte Unmöglichkeit obwalten.

Wenn ich mich unterstehen darf, einen Vorschlag zu thun, und die Lehrer sich würdigen werden selbem zu folgen, wird auch diesem leicht abzuhelfen seyn, bis sich die Sache innerhalb vier Jahren von selbst in eine unveränderliche Einrichtung geben wird. Man muß es also angehen. Dieses Jahr 1761. müssen alle Schulen vom ersten Buch anfangen, und die Rudiment bey ihrem ersten Buch verbleiben, die Grammatik aber (wenn es möglich ist) etwas vom dritten, gleichwie auch alle andere so vieles über das erste Buch darzu nehmen, als ihnen zu begreiffen nicht zu beschwerlich fällt. Das darauf folgende Jahr 1762. müssen die Grammatisten ihr drittes Buch allein, die Höhern aber jenes nehmen, wo sie es voriges Jahr gelassen haben. Auf solche Weise werden die in der Ordnung fortschreitenden Syntaxisten im Jahr 1763 ihr viertes

Buch allein nehmen, die Höhern aber wieder dort anknüpfen, wo sie es voriges Jahr abgebrochen. Und also werden im Jahr 1764 die Poeten wieder ihr alleiniges zweytes Buch haben, und die Höhern gleichwohl dort wieder anfangen, wo sie es geendet haben. Endlich werden im Jahr 1765 die Rhetores ihr fünftes Buch schliessen, und weil man indessen beständig von unten an nachgesetzet, wird die ganze Lehre in einer ungetrennten Ordnung sich befinden, und künftighin auf einander folgen.

Endlich auch meinem letzten Befehl nachzuleben, will ich eine oder andere Erinnerung mit anmerken, wie denn diese arithmetische Lehre möge eingerichtet werden. Ueberhaupts muß ich erinnern, daß in dem Buch nichts übergangen und aussengelassen werde. Es ist auch nicht genug, das Buch nur lesen, sonder man muß alle Rechnungen und Beweis auf einem besondern Papier mit und nachmachen, sonst wird man es nicht verstehen, oder doch nicht erlernen. Denn weil mir aufgeboten worden, das Werklein der Unkosten wegen so klein als möglich zu machen, war ich oft gezwungen, die Sache mit wenigern Worten zu geben als möglich war nach aller Klarheit zu schreiben: wiewohl ich mir schmeichle, al-

les

les so ausdrücklich zu haben, daß, wenn nur nichts als unnütz übergangen, und allzeit auf die angeführten §§. zurück gesehen wird, alles wohl könne verstanden werden. Man solle auch die Anfänger gleich daran gewöhnen, die Zeichen, von welchen §. 44. gehandlet wird, kennen, und so oft sie vorkommen, recht aussprechen lernen. Es läßt sich hierdurch viel Raum ersparen, und mit einem einzigen Anblick die Sache selber einsehen, deßwegen sie auch im ganzen Buch gebrauchet sind worden. Nachdem wollte ich auch gewunschen haben, sowohl mit Erklärungen als artigen Exempeln vom Handel und Wandel, vom Spielen und Kaufen, von Jahren und Münzen die Lehrjünger muthig und neugierig zu machen, auch selbe anzufrischen, selber einander dergleichen Fragen auszudenken und aufzugeben. Wie mehr Exempel man in arithmetischen Aufgaben nachmachet, je besser ist es: doch muß alles durch die Bescheidenheit also gemäßiget seyn, daß mit der Lehre die Freude zu lernen anwachse: welches ganz unvermerkt geschehen kann, wenn man nie auf einmal zu viel begehret; wenn man den Lehrjüngern zu erst die Sache erkläret, auf einer Tafel vormachet, sie selber mit eigenen Worten nach erklären, und mit eigener Hand nachmachen und öfters wiederhohlen läßt. Zu

die=

diesem Ziel muß der Lehrer eine grosse Tafel also aufgehängt haben, daß sie alle sehen können, gleichwie auch jeder von den Lehrjüngern ins besondere ein Papier und Bleysteft, oder eine Tafel und Kreiden vor sich haben soll. Nun muß der Lehrer ganz langsam Ziffer für Ziffer schreiben, und jene zugleich mitschreiben, und mitmachen lassen; auch jedem frey stehen, wenn er etwas nicht recht versteht, zu fragen, und zwar dieses so lang, bis es alle und jede begriffen haben, und nicht nur die Regeln auswendig wissen, sonder auch den Grund davon einsehen. Nach diesem wird ja leicht seyn alle Schulzeit bis auf die andere ein oder zwey Exempel aufgeben, und hernach übersehen lassen? Könte man nicht den Eifer anspornen, wenn man, so oft etwas in der Schul zu machen ist, auch ein oder die andere arithmetische Aufgab angäbe, und zugleich zu den andern Fehlern zählete? Wie wäre es, wenn man ihnen ein oder anderen Vorzug gönnete, nachdem sie über die gebottenen selber freywillige Exempel beysetzten, oder endlich gar den Beweis dazu schrieben? Sollte man nicht einen gewissen Ehrgeitz erwecken, wenn man von den Gelürnig und Erfahrnern, jenen, die etwas saumselig sind, die Lehre zu gehöriger Zeit und Gelegenheit vortragen, zeigen und verbessern

liesse

liesse? Ich will nicht mehr von jenen Griff-lein beysetzen, wodurch die Jugend kann ein-genommen, und gewonnen werden, weil ich ohnehin andere | hierinn weit erfahrner und kluger als mich selber ansehe. Ubrigens kön-te von einem Lehrer wohl mit Nutzen (was die Art betrift die arithmetischen Schwirig-keiten ganz leicht der Jugend beyzubringen) jenes gelesen werden, was Sturmius in sei-ner Mathesi Juvenili (a) anmerket. Man möchte es mir übel deuten, wenn ich mich in Kleinigkeiten einliesse; und ist doch an Kleinigkeiten insgemein alles Grosse gele-gen. Allein hier muß die Vernunft und Geschicklichkeit mehr thun als frem-de Anmahnungen.

Ab-

(a) Auctario ad Arithmeticam. Item in Præfatione.

Abtheilung des Buches.

Einleitung. §. 1.

Istes Buch. Die gemeine 5 Rechnungs Arten.

1. Hauptstück. Erklärungen. §. 14.
2. Hauptstück. Willkürliche Sätze. §. 38.
3. Hauptstück. Grundsätze. §. 45.
4. Hauptstück.
   1. Abschnitt. Vom Numeriren. §. 54.
   2. Abschnitt. Vom Addiren. §. 61.
   3. Abschnitt. Vom Subtrahiren. §. 62.
   4. Abschnitt. Vom Multipliciren. §. 63.
   5. Abschnitt. Vom Dividiren. §. 67.
   6. Abschnitt. Von der Prob. §. 79.
5. Hauptstück. Diese Rechnungen in numeris heterogeneis. §. 94.
6. Hauptstück. Von Combinationibus, und Permutationibus. §. 102.

IItes Buch. Diese Rechnungs Arten algebraisch.

1. Haupt=

1. Hauptstück. Erklärungen. §.
2. Hauptstück. Willkürliche Sätze. §. 109.
3. Hauptstück. Lehrsätze. §. 133.
4. Hauptstück.
1. Abschnitt. Das Addiren. §. 149.
2. Abschnitt. Das Subtrahiren. §. 153
3. Abschnitt. Das Multipliciren. §. 156.
4. Abschnitt. Das Dividiren. §. 156.

IIItes Buch. Von den Brüchen.

1. Hauptstück. Erklärungen. §. 157.
2. Hauptstück. Die Grundlehre. §. 193.
3. Hauptstück. Die Reduction der Brü- §. 203.
4. Hauptstück.
1. Abschnitt. Die Addition der Brüche. §. 216.
2. Abschnitt. Die Subtraction der Brüche. §. 220.
3. Abschnitt. Die Multiplication der Brüche. §. 225.
4. Abschnitt. Die Division der Brüche. §. 235.
5. Hauptstück. Diese Rechnungen algebraisch. §. 241.

6. Haupt-

6. Hauptstück. Von Decimal Brüchen. §. 248.

IVtes Buch. Von Proportionen.
1. Hauptstück. Erklärungen. §. 262.
2. Hauptstück. Willkürliche Sätze. §. 286.
3. Hauptstück. Grundsätze, §. 292.
4. Hauptstück. Grundlehre der arithmetischen Proportion. §. 300.
5. Hauptstück. Auflösung der Aufgaben. §. 309.
6. Hauptstück. Grundlehre der Geometrischen Proportion. §. 316.
7. Hauptstück. Auflösung der Aufgaben.
8. Hauptstück. Gebrauch der Proportionen.
1. Abschnitt. Die Regel Detri. §. 341.
2. Abschnitt. Eben diese verkehrt. §. 344.
3. Abschnitt. Eben selbe vermehrt. §. 347.
4. Abschnitt. Die Gesellschafts Rechnung. §. 351.

Vtes Buch. Von den Wurzeln der Potenzen.
1. Hauptstück. Erklärungen. §. 355.
2. Hauptstück. Grundlehre vom Quadrat und Cubo. §. 366.

3. Haupt=

3. Hauptstück. Ausziehung der Quadratwurzel. §. 378.
4. Hauptstück. Ausziehung der Cubicwurzel. §. 385.
5. Hauptstück. Einige Anmerkungen über die Ausziehung der Wurzel §. 391.
6. Hauptstück. Ausziehung der Quadratwurzel algebraisch. §. 397.
7. Hauptstück. Ausziehung der Cubicwurzel algebraisch. §. 401.

VItes Buch. Einleitung zur Algebra.

1. Hauptstück. Erklärungen. §. 405.
2. Hauptstück. Auflösung der Gleichungen.
1. Abschnitt. Auflösung per Antithesin. §. 423.
2. Abschnitt. Auflösung per Isomeriam. §. 426.
3. Abschnitt. Auflösung per Parabolismum. §. 429.
4. Abschnitt. Auflösung der Wurzel. §. 431.
5. Abschnitt. Unerkannte Glieder aus Gleichungen weg zu bringen. §. 434.
6. Abschnitt. Universal Method, wie al-

ge-

gebraische Aufgaben aufzulösen. §. 438.
3. Hauptstück. Problemata determinata. §. 448.
4. Hauptstück. Problemata indeterminata. §. 460.
5. Hauptstück. Die Vermischungs Rechnung. §. 467.
6. Hauptstück. Auflösung der Potenzen. §. 478.

Einlei-

Einleitung.

§. 1. Die Mathematik ist eine Wissenschaft der Grössen. Eine Grösse aber heißt da, was immer eine Ausdehnung, Zahl oder Maaß hat, oder in kleinere Theile kann abgesönderet werden: z. E. der Zweyer (2) ist eine Grösse, weil er mit zwoen Einseren kann ausgemessen werden. Eine Meßruthe ist eine Grösse, weil sie nach Meßschuhen ausgedehnet ist. Ein Gulden ist eine Grösse, weil er in Groschen, Bazen, Kreuzer kann getheilet werden.

§. 2. Der Grössen giebt es zweyerley Arten: Zusammhangende, und abgesönderte. Die Lateiner nennen selbe quantitatem continuam & discretam. Jene sind, in welchen die Theile würklich aneinader hangen, wie es in Steinen, Holz, und allen Dingen geschieht, welche eine ausgedehnte Grösse (Molem) ausmachen. Diese sind, deren Theile nicht aneinander hangen: wie es in Zahlen geschieht, z. E. in sechs Menschen: denn der sechste Mensch hat würklich keinen Anhang mit dem dritten oder vierten ausser dem Verstand. Dieses begiebt sich in allen Sachen, welche einen Haufen (Cumulum) ausmachen. Derowegen giebt es auch zween Hauptheil der Mathematik: die Rechenkunst

kunst (Arithmetica) welche eine Wissenschaft der Zahlen ist, und die Feldmeßkunst (Geometria) welche eine Wissenschaft der aneinanderhangenden Grössen (Continui) ist.

§. 3. Die abgesönderte Grösse entstehet aus Einseren, und die zusammhangende aus Puncten, oder Dupfen, welche man sich so klein zu seyn vorbildet, daß sie so gar nicht aus zween Theilen bestehen, gleichwie der Einser so klein ist, daß er zwo Zahlen nicht in sich hält. Ich sagete, man bildet sich selbe so klein für; denn ob ein materialisches Weesen so seyn könne, daß es nur einen Theil habe, gehört da nicht her: und thut auch nichts zur Sache: denn die Mathematik ist ganz mit Vergleichung einer Grösse gegen anderen beschäftiget; so ist denn genug, daß eine Grösse der anderen den Sinnen nach gleich seye. Denn wie diese zu füllenden Theile anderen wieder zu füllenden gleich sind, so werden die nicht mehr zu spürenden Theile den nicht zu spürenden gleich seyn, wenn sie auch gleich unendlicher Menge wären.

§. 4. Aus gemeldeten erhellet, daß jede Grösse Theile habe. (§. 1.) denn alles, was ausgedehnet ist, und theilbar, muß Theile haben. Hieraus folget weiters, daß nothwendig zwo Grössen, wenn sie gegen einander verglichen werden, gleich oder ungleich seyen. Gleich sind sie, wenn eine eben so viele Einser oder Puncten in sich enthält, als die andere. Ungleich aber sind sie, wenn eine mehr solche Einser oder Puncten in sich hat. Bey Erwegung dieser Gleich- oder Ungleichheit der Grössen hält sich die Theorische Mathematik. Die Practische aber würket und handelt in der gleichen Grössen. In beyden kommen nachstehende Wörter immerzu vor.

§. 5.

§. 5. Definitiones, oder **Erklärungen** sind solche Vorträge, welche von Sachen, von denen man redet, klare Begriffe geben: z. E. wenn in der Rechenkunst erkläret wird, was eine Zahl, oder Bruch seye.

§. 6. Axiomata, oder **Grundsätze** sind Vorträge, so klar, daß man darob nicht zweifeln kann.

§. 7. Postulata, oder **Heische Sätze** sind Vorträge, welche, weil sie so gar leicht könnten erwiesen werden, man ohne Beweise zu zu geben verlanget.

§. 8. Lemmata sind Vorträge, welche man andere zu erweisen voran setzet, und sonst anderswohin gehören.

§. 9. Theoremata, oder **Lehrsätze** sind Vorträge, welche eine gewisse Eigenschaft der Grössen fürweisen, und bewiesen werden; derowegen man zu Ende diese Buchstaben hinsetzet. W. Z. E. **Was zu erweisen war.**

§. 10. Problemata, oder **Aufgaben** sind practische Vorträge, welche darthun, wie man mit Grössen etwas machen müsse, man schliesset mit diesem Ausdruck. W. Z. T. **Was zu thun war.**

§. 11. Corollaria, **Zusätze** sind Wahrheiten, die aus vorgehenden gezogen werden.

§. 12. Scholia, **Anmerkungen** sind Vorträge, welche zu mehrerer Klarheit oder Erläuterung dienen.

§. 13. Hypotheses, oder **willkürliche Sätze** heißt man jene Zeichen, oder Ausdrücke, welche blos auf das Belieben ankommen. z. E. wie ich vier schreiben wolle. Arabisch (4) oder Römisch (IV.) oder Griechisch δ oder IIII. &c.

kunst (Arithmetica) welche eine Wissenschaft der Zahlen ist, und die Feldmeßkunst (Geometria) welche eine Wissenschaft der aneinanderhangenden Grössen (Continui) ist.

§. 3. Die abgesönderte Grösse entstehet aus Einseren, und die zusammhangende aus Puncten, oder Dupfen, welche man sich so klein zu seyn vorbildet, daß sie so gar nicht aus zween Theilen bestehen, gleichwie der Einser so klein ist, daß er zwo Zahlen nicht in sich hält. Ich sagete, man bildet sich selbe so klein für; denn ob ein materialisches Weesen so seyn könne, daß es nur einen Theil habe, gehört da nicht her: und thut auch nichts zur Sache: denn die Mathematik ist ganz mit Vergleichung einer Grösse gegen anderen beschäftiget; so ist denn genug, daß eine Grösse der anderen den Sinnen nach gleich seye. Denn wie diese zu füllenden Theile anderen wieder zu füllenden gleich sind, so werden die nicht mehr zu spürenden Theile den nicht zu spürenden gleich seyn, wenn sie auch gleich unendlicher Menge wären.

§. 4. Aus gemeldeten erhellet, daß jede Grösse Theile habe. (§. 1.) denn alles, was ausgedehnet ist, und theilbar, muß Theile haben. Hieraus folget weiters, daß nothwendig zwo Grössen, wenn sie gegen einander verglichen werden, gleich oder ungleich seyen. Gleich sind sie, wenn eine eben so viele Einser oder Puncten in sich enthält, als die andere. Ungleich aber sind sie, wenn eine mehr solche Einser oder Puncten in sich hat. Bey Erwegung dieser Gleich- oder Ungleichheit der Grössen hält sich die Theorische Mathematik. Die Practische aber würket und handelt in der gleichen Grössen. In beyden kommen nachstehende Wörter immerzu vor.

§. 5.

§. 5. Definitiones, oder **Erklärungen** sind solche Vorträge, welche von Sachen, von denen man redet, klare Begriffe geben: z. E. wenn in der Rechenkunst erkläret wird, was eine Zahl, oder Bruch seye.

§. 6. Axiomata, oder **Grundsätze** sind Vorträge, so klar, daß man darob nicht zweifeln kann.

§. 7. Postulata, oder **Heische Sätze** sind Vorträge, welche, weil sie so gar leicht könnten erwiesen werden, man ohne Beweise zu zu geben verlanget.

§. 8. **Lemmata** sind Vorträge, welche man andere zu erweisen voran setzet, und sonst anderswohin gehören.

§. 9. Theoremata, oder **Lehrsätze** sind Vorträge, welche eine gewisse Eigenschaft der Grössen fürweisen, und bewiesen werden; derowegen man zu Ende diese Buchstaben hinsetzet. W. Z. E. **Was zu erweisen war.**

§. 10. Problemata, oder **Aufgaben** sind practische Vorträge, welche darthun, wie man mit Grössen etwas machen müsse, man schliesset mit diesem Ausdruck. W. Z. T. **Was zu thun war.**

§. 11. Corollaria, **Zusätze** sind Wahrheiten, die aus vorgehenden gezogen werden.

§. 12. Scholia, **Anmerkungen** sind Vorträge, welche zu mehrerer Klarheit oder Erläuterung dienen.

§. 13. Hypotheses, oder **willkürliche Sätze** heißt man jene Zeichen, oder Ausdrücke, welche blos auf das Belieben ankommen. z. E. wie ich vier schreiben wolle. Arabisch (4) oder Römisch (IV.) oder Griechisch δ' oder IIII. &c.

Rechenkunst.

Istes Buch. Anfangsgründe der Rechenkunst nach den gemeinen Ubungen mit Ziffern.

Ites Hauptstück.

Definitiones. Erklärungen.

§. 14. Die gemeine Rechenkunst (Arithmetica vulgaris) ist eine Wissenschaft der gemeinen und bestimmten Zahlen.

§. 15. Eine Zahl (Numerus) ist eine zusammgesetzte Grösse von mehr Einseren. z. E. ein Dreyer (3) ein Vierer (4)

§. 16. Ein Einser (Unitas) ist der kleinste Theil einer Zahle.

§. 17. Eine blosse Zahl (Numerus purus) ist, welche nichts als die Zahl allein ausdrücket. z. E. der Fünfer (5) der Sechser (6)

§. 18. Eine vermischte Zahl (Numerus mixtus) ist, welche etwas ausdrücke von Dingen, die man zählet. z. E. sieben Planeten. drey Sterne.

§. 19. Eine gleichbenamste Zahl (Numerus homogeneus) ist, welche eben jenes Ding ausdrücket, was eine andere Zahl bedeutet. z. E. sieben Gulden, drey Gulden.

§. 20. Eine ungleichbenamste Zahl (Numerus heterogeneus) ist, die andere Sachen bedeutet als eine Zahl, zu der sie gehalten wird. z. E. sieben Batzen, drey Groschen.

§. 21.

§. 21. Eine **ganze Zahl** (Numerus integer) ist, die mit allen ihren Theilen genommen wird.

§. 22. Ein **Bruch** (Fractio) ist, wenn eine Zahl nur mit etlichen ihren Theilen genommen wird. z. E. wenn von einem Gulden nur der halbe Theil, oder zwey Drittel sollen genommen werden.

§. 23. **Numeriren** (Numerare) heißt jedwede vorkommende Ziffer recht aussprechen, oder jedwede Zahl recht schreiben.

§. 24. Eine **Summe** (Summa) ist jene Zahl, welche aus mehreren zugleich entspringt.

§. 25. **Zusamm zu addirende** Zahlen sind (Addendi) welche eine Summe zubringen.

§. 26. **Addiren** (Addere) ist, eine Zahl ausfindig machen, welche andere gewisse Zahlen in sich enthält. z. E. man möchte wissen, was 3. und 6. machen. So heißt die Zahl (9) finden, jene addiren.

§. 27. **Eine zu subtrahirende** (Subtrahendus) Zahl heißt jene, die man von einer grösseren abziehen solle.

§. 28. **Der Rest** (Residuum, oder Differentia) oder die **Differenz** wird jene Zahl benamset, die nach Abzug von der grössern übrig bleibt.

§. 29. **Subtrahiren** (Subtrahere) heißt den Rest finden, der nach Abzug einer Zahl von der andern übrig ist. z. E. es seye die Frag: was übrig seye, wenn man von 15. 8. abziehet, so heißt die Zahl (7) finden subtrahiren.

§. 30. Multiplicator heißt jene Zahl, welche andeutet, wie oft eine andere solle angenommen werden.

§. 31. Multiplicandus heißt jene Zahl, welche

so oft solle genommen werden, als der Multiplicator Einser in sich hat.

§. 32. **Das Product** (Productum sive Factum) ist eine Zahl, welche den Multiplicandum so oft in sich hat, als der Multiplicator Einser in sich verschließt.

NB. Weil das Product durch Vervielfältigung des Multiplicatoris und Multiplicandi herauskömmt, deßwegen werden diese auch Factores genennet.

§. 33. **Multipliciren** (Multiplicare) heißt ein Product aus dem Multiplicatore in Multiplicandum finden. z. E. 3. solle 4mal genommen werden. Es kömmt 12. Da ist 3. der Multiplicandus. 4. der Multiplicator. 12. das Product. Die Weis dieses zu finden heißt multipliciren.

§. 34. Quotus ist jene Zahl, welche andeutet, wie oft eine kleinere in einer grösseren Zahl enthalten ist.

§. 35. Divisor ist jene Zahl, von der die Frage ist, wie oft selbe in einer enthalten seye.

§. 36. Dividendus ist jene Zahl, von der man fragt, wie oft sie den Divisorem in sich halte.

§. 37. **Dividiren** (Dividere) heißt den Quotum, oder eine Zahl ausfindig machen, welche so viel Einser in sich hat, als der Dividendus den Divisorem in sich enthält. z. E. 12. seye mit 4. zu theilen, der Quotus ist 3. der Dividendus ist 12. der Divisor ist 4. Nun hat der Dreyer 3. Einser und der Zwölfer 3. Vierer in sich.

IItes Hauptstück.

Hypotheses. Willkürliche Sätze.

§. 38. Eine jede Zahl kann man nach Willkur mit einem beliebigen Zeichen ausdrücken. (§. 13.)

§. 39. Es kann jede Zahl mit etlich wenigen Zeichen ausgedrücket werden, wenn man annimmt, daß die nämlichen Zeichen, nachdem sie beysam stehen, in dem Werth wachsen. z. E. 2. wenn es allein stehet, kann mir zwey Einser bedeuten, wenn aber ein Nulle darzu gethan wird, oder eine andere Zahl, so kann es mir zweinzig Einser bedeuten. 20. oder 21.

§. 40. Den Alten beliebte, daß die Ziffer nach Anzahl der Reichen um zehenfachen Werth anwuchsen, also daß die Zahlen im letzten Ort nur einfache Einser anzeigeten, im vorletzten Stand aber zehenfach so viel als im letzten gälten; im drittvorletzten aber wieder zehenfach so viel als im vorletzten, das ist gegen dem letzten hundertfach so viel: im viertvorletzten wieder zehenfach so viel als im dritten oder hundertfach so viel als im vorletzten, oder tausendfach so viel als im letzten und ersten bedeuteten. Aus diesem folget, daß im letzten Ort lauter Einser: im vorletzten lauter Zehner; im drittletzten lauter Hunderter; im viertletzten lauter Tausender stehen, nach welchen lauter Zehentausender, und darnach lauter Hunderttausender: wieder hernach lauter Tausendtausender oder Millionen (mit einem Wort es zu sagen) folgen.

§. 41. So hat man dann nicht mehr als neun Zeichen vonnöthen auch die allergrößte Zahl aus-

zudrucken, weil (§. 40.) die zehende Zahl mit einer aus kleinern bestehenden kann angedeutet werden.

§. 42. Diese neun Zeichen oder Ziffer sind folgende: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. Weil man aber die Oerter der Ziffer muß veränderen können (§. 40.) so hat man ein Zeichen erdacht, welches sonst nichts gilt: nämlich das Nulle (0) damit, wenn 1. z. E. Zehner bedeuten solle, der Einser in die zweyte Reihe könne versetzet werden, wenn man das Nulle darzu setzet. (10.)

§. 43. Aus diesem folget, daß, wenn ich z. E. zehen schreiben solle, ich nur einen Einser mit einem Nulle schreibe, (10) weil also der Einser im zweyten Ort stehet, und das zehenfache bedeutet. Und wenn ich siebenzehen, das ist zehen und sieben schreiben will, so setze ich einen Einser in den zweyten, den Siebner aber in den letzten Ort. (17) Solle ich zweynzig schreiben, weil zweinzig das zehenfache von zwey ist, schreibe ich nur einen Zweyer und ein Nulle (20) Also, weil achtzig das zehenfache von achten ist, schreibe ich nur einen Achter und ein Nulle (80). Eben so verhält es sich bey den Hunderten, das ist, wenn ich hundert schreiben solle, so schreibe ich selbe in den dritten Ort, (§. 40.) nämlich: 100. zweyhundert 200. dreyhundert vierzehen 3, 14. ꝛc.

Was da von Hunderten gemeldet worden, ist auch von Tausendern und so weiter zu verstehen.

§. 44. Wenn wir von Addiren, Subtrahiren ꝛc. schreiben, ist es bequemer, nur ein Zeichen machen, als die ganze Wörter ansetzen. Hierzu seynd folgende Zeichen erwählet worden.

Das Zeichen des Addirens ist ein stehendes gera-

rades Kreuz † und man spricht selbes aus und, mit, zu, addirt rc. z. E. 4 † 7. sag 4 und 7.

Das Zeichen der Subtraction ist eine Querchstrich, — man spricht es aus weniger, ohne z. E. 9 — 5. heißt 9 weniger 5.

Das Zeichen der Multiplication ist ein liegendes verzogenes Kreuz ×. man sagt multiplicirt. z. E. 4 × 5. heißt 4. multiplicirt mit 5. dieses Zeichen wird auch mit mal gesprochen, z. E. 6 × 7. heißt: 6 mal 7.

Das Zeichen der Division sind zween übereinander stehende Puncten ⁚ man spricht dividirt. z. E. 10 ⁚ 2. heisset 10 dividirt mit 2.

Das Zeichen der Gleichheit sind zween Querchstriche =, und heißt gleich, z. E. 3 mal 4 = 4 mal 3 heißt 3 mal 4 ist gleich 4 mal 3.

Wenn die Zahlen ungleich sind, so schreibt man dieses Zeichen >, wenn die grössere zu kleineren verglichen wird: hingegen dieses <, wenn die kleinere zur grössern verglichen w rd. z. E. 7 > 4. heißt 7 ist grösser als 4. im Gegentheil 3 > 6. heißt ist kleiner als 6.

Endlich ist das Zeichen einer Aehnlichkeit ∽, z. E. A ∽ a heißt A ist ähnlich dem a.

IIItes Hauptstück.

Axiomata. Grundsätze.

§. 45. Das ganze ist grösser als ein Theil dessen.

§. 46. Ein Theil ist kleiner, als sein ganzes.

§. 47. Das ganze ist gleich allen seinen Theilen zusamm genommen, und auch umgekehrt.

§. 48. Was weder kleiner weder grösser ist als das andere, ist dem selben gleich.

§. 49. Wenn man zu gleichen Zahlen gleiche beyderseits hinzu thut, so sind die Summen auch gleich.

§. 50. Wenn von gleichen Zahlen gleiche Theile weggenommen werden, sind die Reste auch gleich.

§. 51. Zwo Zahlen, die einer dritten gleich sind, sind auch unter einander gleich.

§. 52. Theile, die gegen einer gewissen Zahl gleichgültige Theile sind, sind gegen einander gleich.

§. 53. Theile, die gegen einer nämlichen Zahl einen halben oder dritten ꝛc. Theil ausmachen, sind gegen einander auch gleich.

IVtes Hauptstücke.

Die sogenannten fünf Species der gemeinen Rechenkunst.

Ister Abschnitt.

Das Numeriren.

§. 54. Da werden zwey Stücke begehret. Erstens jede geschriebene Zahl recht aussprechen. Zweytens jede auszusprechende Zahl recht schreiben. Beydes hängt ab vom Werth der Zahlen nach ihren Reihen (§. 40. 41. 42. 43.)

§. 55. Die Sache recht leicht zu machen, beobachte ich, daß, wer erstens drey neben einander stehen-

hende Ziffer recht ausſprechen kann, und nach dieſen noch drey andere vorwerts ſtehende recht ausſprechen lerne, der jene auch eine unbeſchränkte Zahl der Ziffer recht auszuſprechen wiſſe; denn nach dem ſechſten Ziffer fangen die Millionen an: oder das zehenfache von hunderttauſenden. Nun bleiben bey den 6. nacheinander folgenden Zifferen der Millionen eben jene Benennungen, welche in den erſten ſechs Zifferen vorkamen, wenn man nur das Wort Million darzu thut, und eben dieß geſchieht auch nach den ſechs Ziffern der Millionen. Denn bey den darauf folgenden, das iſt bey dem dreyzehenden Ziffer fangen die Billionen an, und nach dem ſechſten Ziffer der Billionen kommen die Trillionen, und ſo weiters. Derowegen, wenn man ſechs Ziffer recht auszuſprechen weiß, könnte man ſo zu ſagen, unendliche recht ausſprechen: wenn man nur nach dem ſechſten Million, nach dem 12ten Billion, nach dem 18ten Trillion u. ſ. f. darzuſetzt.

§. 56. Nun ſechs Ziffer recht auszuſprechen, beobachte ich, daß, der drey nach einander ſtehende Ziffer recht auszuſprechen weiß, der jene auch ſechs recht auszuſprechen wiſſe; denn das vierte Ziffer ſpricht man wie das erſte, das fünfte wie das zweyte, das ſechſte wie das dritte, nur allein, daß man das Wort Tauſend darzuſetzet.

§. 57. Anmerkung. Weil denn Niemand ſo unerfahren, der drey neben einander ſtehende Ziffer nicht auszuſprechen wiſſe, und mit eben jener Benennung die drey darauf kommenden Ziffer ausſprechen möge mit Beyſatz des Wortes Tauſend, ſo folget, daß das Numeriren nur gar leicht ſeye.

§. 58. Anmerkung. In Beyſpielen: wer iſt, der folgende Zahlen nicht auszuſprechen wiſſe?

1. 10. 23. 300. 401. 523.	der Beweis dessen folgt aus dem 40. &c. §.

Wir wollen zu vier Ziffern schreiten
1000. heißt ein tausend (§. 40. & 57.)
2000. heißt zwey tausend (§. cit.)
Eben also geschieht es in den Zahlen: 2022. 3004. 5300. 6302. 7420. 8934.
Fünf Ziffer spreche ich also:
10,000. Zehentausend (§. 40. & 57.)
30,000. Dreyßigtausend (§. cit.)
22,000. Zwey und zwanzig tausend.
20,340. Zwanzig tausend dreyhundert vierzig.
33,040. Drey und dreyßig tausend und vierzig.
43,302. &c. &c. Drey und vierzig tausend, dreyhundert, und zwey.
100,000. Hundert tausend (§. 40. & 57.)
400,000. Vierhundert tausend (§. cit.)
333,000. Drey hundert drey und dreyßig tausend.
330,000. Drey hundert dreyßig tausend.
303,000. Drey hundert drey tausend.
565,060. Fünf hundert, fünf und sechzig tausend und sechzig.
472,300. Vier hundert, zwey und siebenzig tausend und dreyhundert.
562,332. &c. &c. Fünf hundert, zwey und sechzig tausend dreyhundert, zwey und dreyßig.

Wenn man nun bisher gemeldetes recht merket, wird keine Beschwerniß übrig seyn, alle Zahlen recht auszusprechen.

§. 56.

§. 59. Aufgab. Eine vorkommende Zahl recht aussprechen.

Auflösung. 1tens. Theile von der rechten zur linken die Ziffer drey und drey mit kleinen Strichlein ab, also z. E. 2, 378, 956, 023, 794.

2tens nach jedem sechsten Ziffer mache auf die Höhe ein Zeichen, nämlich nach dem sechsten ein Strichlein, nach dem zwölften zwey, nach dem achtzehenden drey ꝛc. z. E.

‴ ″ ′
7, 894, 563, 210, 743, 956, 782.

3tens. Fange nun zur linken an die Zahlen auszusprechen, wie ein, zwey, drey ꝛc. Ziffer pflegen ausgesprochen zu werden, und setze hernach den Namen Trillionen darzu, wenn oben drey Strichlein bemerket stehen ‴; nach diesem gehe zu den sechs darauf stehenden Zahlen, und setze den Namen Billionen bey den zweenen Strichlein ″ darzu; darnach schreite zu den nächsten sechs Zifferen, und beym Strichlein ′ sage Millionen. Endlich spreche auch die letzten sechs Ziffer nach gemeiner Art aus. z. E. das letzte Exempel spreche also aus:

7‴, Trillionen.
894, 563″, Billionen.
210, 743′, Millionen.
856, 782.

Beweis des ersten folgt aus dem (56. §.) der Beweis des anderen aus dem (§. 55.) die Haupt-Ursach aber aus dem (§. 40. 41. 42. 43.) W. z. E.

§. 60. IIte Aufgab. Jede Zahl recht schreiben.

Auflösung. Wenn die zu schreibende Zahl bis auf Trillionen gelanget, so mache drey Strichlein, ‴ und zwischen einem Raum von sechs Zifferen mache zwey Strichlein ″, lasse wieder einen Raum für sechs Zif-

Ziffer, und mache ein Strichlein ′, endlich nach einem Raum von sechs Ziffern mache einen Punct . also:

‴ . . . . . . ″ . . . . . . ′ . . . . . .

2tens. Zwischen jenen Strichlein ziehe von der rechten Hand an gegen der linken nach jedem dritten Punct ein Strichlein also:

‴ | . . . | . . . ″ | . . . | . . . ′ | . . . | . . .

3tens. Endlich schreibe an statt der Puncten vor die drey Strichlein ‴ die gehörige Trillionen. Vor den zweyen ″ die gehörige Billionen, 2c. und wenn ein Ort keine Zahlen hat, setze Nullen statt der Puncten. z. E. Es sind da 7. Trillionen, schreibe 7. vor ‴ also 7‴, wieder sind da 894. tausend 563 Billionen, schreibe sie folglich zwischen ‴ und ″ also 7‴, 894, 563″ und also weiters.

Beweis. Die Ursach dessen trift ganz mit vorigem übereins.

IIter Abschnitt.

Vom Addiren.

§. 61. Aufgab, mehr Zahlen zu addiren.

Auflösung. Schreibe die zu addirenden Zahlen also unter einander, daß die glatten Einser unter den glatten Einsern, die Zehner unter den Zehnern, die Hunderter unter den Hundertern zu stehen kommen, u. s. w.

2. Zieh eine Linie darunter.

3. Fang zur linken an, und versammle die Einser in eine Zahl, und schreibe die Summe darunter. Eben dieses thu hernach bey den Zehnern, folglich auch bey den Hunderten, u. s. f.

NB.

NB. Wenn irgends die Summe mehr als ein Ziffer ausmachet, wird nur die zur Rechten stehende Zahl angeschrieben, die andere aber zur linken darauf folgenden Reihe gezogen, weilen sie schon zehenfach soviel bedeutet (§. 40.) z. E. es seyen zu addiren 35371 und 1412 und 23201. schreibe:

3 5 3 7 1	
1 4 1 2	zu addirende Zahlen.
2 3 2 0 1	

Sage, 1 † 2 ist 3. 3 † 1 ist 4. diese 4 als die Summe der letzten Zeile schreibe darunter also.

```
3 5 3 7 1
  1 4 1 2
2 3 2 0 1
---------
        4
```

Hernach geh zur zweyten Zeile, und sag 0 † 1 ist 1. 1 † 7 ist 8. diesen 8 schreib wieder darunter also

```
3 5 3 7 1
  1 4 1 2
2 3 2 0 1
---------
      8 4
```

Wenn du so weiter fährst, wird die ganze Summe seyn 5 9 9 8 4.

Ein anders Exempel: 9 8 7 6 / 6 5 4 5 zu addirende Zahlen.

Ich sage 5 † 6 ist 11. da habe ich zehen und 1. folglich schreibe ich in die letzte Zeile nur 1. also:

```
9 8 7 6
6 5 4 5
-------
      1
```

die zehen aber zehle ich zur darauf folgenden Zeile, und sage 1 (Zehner) † 4. (Zehner) sind 5. 5 † 7 sind 12. (Zehner) da habe ich

schon wieder zwo Zahlen, das ist zehen Zehner und zwey Zehner, so schreibe ich dann nur die 2. an, und den 1ser (als zehen Zehner, oder hundert) zehle ich zur nachfolgenden Reihe der Hunderten. Wenn ich also fortfahre, kömmt die ganze Summe : : : 1 6 4 2 1.

Beweis. Die Versammlung aller Theilen ist eine Versammlung der ganzen (§. 47.) nach unserer Method aber werden nach und nach alle Theile versammlet, nämlich erstens die Einser, hernach die Zehner ꝛc. So ist dann auch die Summe allen ganzen gleich. w. z. E. und z. T. (§. 26.)

Mehrere Exempel:

4567	50034	398765	22070
7919	12016	179648	120228
3488	8742	806937	147191
6896	76399	421618	1806968
22870.	147191.	1806968.	2096457.

IIIter Abschnitt.

Vom Subtrahiren.

§. 62. Aufgab. Eine Zahl von der grösseren abziehen.

Auflösung. 1. Schreibe die kleinere Zahl unter die grössere, wie beym Addiren (§. 61.)

2. Zieh eine Linie darunter.

3. Zieh die Einser der subtrahirenden Zahl von der oberen ab, und schreib den Rest darunter. Eben dieses thu hernach bey den Zehnern; Hunderten ꝛc.

NB. Kömmt ein Ziffer in der zu subtrahirenden vor, welches grösser ist, als das oben darüber ste-

stehende, so muß in der zu verminderenden Zahl ein Zehner aus der nächst linkerseits daran stehenden Reihe entlehnet werden, und wenn dort ein Nulle steht, so entlehnet man eines aus der nächsten Reihe, wo ein Ziffer anzutreffen ist. Derowegen gelten alle inzwischen stehende Nullen lauter Neuner, weil von dem nach und nach entlehntem Zehner immer eines weiter entlehnet worden. Wenn dann in der jenen Reihe, wovon die Entlehnung geschehen, nur ein (1) gestanden, so bleibt dort ein (0) stehen:

Z. E. von 3456 seye zu subtrahiren 2345.

Ich schreibe 3 4 5 6
2 3 4 5 und sage 5 von 6 läßt 1.
diesen Rest = 1. schreibe ich darunter. Darauf gehe ich zu der Zeile der Zehner, und sage 4 von 5 läßt wieder 1. dieses schreibe ich wieder darunter, und gehe weiter: da dann der ganze Rest 1111 machet.

IItes Exempel. 3 4 6 0 3
2 5 7 1 4 zu subtrahirende Zahl.

Ich sage 4 von 13 (mit Entlehnung eines Zehners) läßt 9. den schreibe ich unter diese letzte Linie. Hernach sage ich 1 von 9 (sieh das NB.) läßt 8. und die Ursach ist ganz klar: denn weil zuvor ein Zehner sollte entlehnet werden, kein Zehner aber da ist, so mußte hundert, das ist zehen Zehner entlehnet werden; nun von diesen zehen Zehnern haben wir nur einen gebraucht, so bleiben folglich noch 9 (Zehner) oder 90 übrig.

Nachdem gehe ich weiter, und sage 7 von 15 (nicht von 16) weil schon ein hundert ist weggekommen)

men) läßt 8. Also würke ich weiter, und bekomme endlich zum ganzen Rest 8889. und das Exempel stehet also:

34603	
25714	
8889.	der Rest.

Alle Regeln und Beschwernissen sind im folgenden Exempel enthalten:

980040359	
474386263	zu subtrahirende Zahl.
505653819 6.	der Rest.

Beweis. Beym Subtrahiren muß man eine gewisse Zahl von einer anderen abziehen (§. 29.) Es wird aber eine ganze Zahl von einer anderen ganzen abgezogen, wenn man alle Theil derselben abziehet. (§. 47.) Nun wird nach unserer Method ein Theil nach dem anderen abgezogen. Erstens nämlich die Einser, hernach die Zehner ꝛc. w. z. E.

IVter Abschnitt.

Vom Multipliciren.

§. 63. **Aufgab.** Eine Zahl durch eine andere multipliciren.

NB. Wenn eine Zahl solle multipliciret werden, so verlanget man, daß jene Zahl so oft solle genommen werden, als es der Multiplicator anzeigt, das ist, so oft, als dieser Einser in sich hat. Dieses muß dann geschehen, wenn man erstens des Multiplicandi Einser, hernach die Zehner, u. s. f. so oft nimmt, als der Multiplicator Einheiten hat.

Auf-

Auflösung. Ich schreibe die Zahlen, wie beym Addiren.

2. Ziehe ich einen Strich darunter.

3. Hernach nehme ich aus dem Einmaleins erstens die Einser so oft, als es der Multiplicator anzeiget; und schreibe das Product also darunter, daß, wenn etwan Zehner darbey stehen, ich selbe aufbehalte, um sie zur voranstehenden Reihe zu zehlen.

4. Eben dieß thu ich mit den Zehnern, und nehme aus dem Einmaleins wieder die Zehner so oft, als der Multiplicator begehret. Und so weiters durch alle Ziffer des Multiplicandi.

Z. E. es seye Multiplicandus	4 8 2
Multiplicator	6

Ich fange zur rechten an, und sage 6 x 2 ist 12. das ist 10 und 2. den 2er schreibe ich darunter, den Zehner aber behalte ich auf. Darauf sage ich 6 x 8 (oder welches eines ist 6 x 80) ist 48 (Zehner) so setze ich denn den vorigen Zehner darzu, und bekomme 49 (Zehner, das ist 400 und 90) so schreibe ich nur den 9 in die Reihe der Zehner, und den 4rer behalte ich zur folgenden Reihe. Sage folglich 6 x 4 (oder 6 x 400) ist 24 (Hunderter) die vorige 4 (Hunderter) darzu ist 28 (Hunderter) und weil nun nichts mehr zum multipliciren übrig, schreibe ich 28 ganz an: also.

Multiplicandus	4 8 2
Multiplicator	6
	2 8 9 2 = das Product.

5. Wenn der Multiplicator mehr Ziffer als eines hat, so handle ich (nachdem ich mit dem letzten die Multiplication auf vorgehende Weise geen-

det habe) mit dem vorletzten auf die nämliche Art, und multiplicire alle Ziffer des Multiplicandi mit dem vorletzten Ziffer des Multiplicatoris, wie vorher mit dem letzten: nur allein ist zu merken, daß das allererste Product nicht unter die letzte Zahl des Multiplicandi, sondern unter die jene Reihe gesetzt werde, in welcher des Multiplicatoris inners Ziffer stehet, mit dem man würklich multipliciret, und hernach vorwerts, wie im vorigen geschehen. Die Ursach dessen ist, weil, wenn ich mit z. E. dem vorletzten Ziffer multiplicire, ich mit Zehneren die Multiplication verrichte; die Zehner aber können keine kleinere Zahl als Zehner geben.

Z. E. Es seye Multiplicandus 8 4 0
Multiplicator 2 6

So sage ich 6 × 0 ist 0. hernach 6 × 4 ist 24. den 4rer schreibe ich an, und den 2er behalte ich; darauf sage ich 6 × 8 ist 48. die 2 dazu ist 50.

Nun fange ich von neuem an, und multiplicire die nämliche Zahl mit 2 (welches so viel ist als mit 20) Ich sage 2 × 0 ist 0. dieses 0 schreibe ich unter die Reihe, wo der 2er des Multiplicators stehet: darnach sage ich 2 × 4 ist 8. den 8ter schreibe ich neben vorigen 0 linkerhand. Endlich sage ich 2 × 8 ist 16. diese schreibe ich wieder vorwärts ganz aus. Das Exempel wird also stehen:

Multiplicandus	8 4 0	
Multiplicator	2 6	
	5 0 4 0	Product von 6
	1 6 8 0	Product von 20

Nun habe ich zweyerley Producte; nun aber eines daraus zu machen:

6. Ad-

6. Addire ich letztlich die Producte der Theile des Multiplicatoris zusamm, so bekömme ich das Product des ganzen Multiplicatoris, nämlich

Multiplicandus	840	
Multiplicator	26	
	5040	Product von 6 in 840
	1680	Product von 20 in 840
	21840 =	das ganze Product aus 26 in 840. w. z. E.

Exempel, wo der Multiplicator drey Ziffer hat:

Multiplicandus	3436	
Multiplicator	279	
	30924	Product von 9 in 3436
	24052	Product von 70 in 3436
	6872	Product v. 200 in 3436
	958644	das ganze Product von 279 in 3436

Beweis. Wenn nach und nach alle Theile multipliciret werden, so ist es eben so viel, als wenn man eine ganze Zahl multipliciret (§. 47.) Nach vorgeschriebener Method nun werden nach und nach alle Theile nämlich die Einser, Zehner, Hunderter &c. multipliciret: folglich muß das ganze Product auch allen zu multiplicirenden Zahlen gleich seyn. W. z. E.

§. 64. Anmerkung. Wenn entweders der Multiplicandus, oder der Multiplicator auf die letzte Nullen hat, so geschieht die Auflösung, als wenn keine Nullen da wären: dem Product setzt man so viele Nullen bey, als bey einem oder dem andern, oder bey allen beyden anzutreffen waren:

I. Ex.	II. Ex.	III. Ex.
368	475	35700
200	30	60
73600	14250	2142000

die Ursach dessen ist, weil die Nullen nichts multipliciren: sonder allein die Reihen und Oerter der Zahlen bestimmen (§. 42.) so müssen dann so viele Reihen erfüllet werden, als Nullen dieß oder jener Seits zugegen sind.

Noch andere Exempel:

95986477	7869543
879	689
863878293	70825887
671905339	62956344
767891816	47217258
84372113283	5422115127

Item:

23	24	50	60	40	99
3	9	4	40	22	60
69	216	200	2400	880	5940

§. 65. Anmerkung. Man wird wahrnehmen, daß man das Multipliciren ohne dem sogenannten Abaco Pythagorico nicht füglich verrichten könne; der muß dann vor allen auswendig gelernet werden: inzwischen aber allzeit vor Augen liegen. Er sieht also aus:

A X B

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Z (left of row 7) Y (right of row 7)

C W

Der Gebrauch dieser Tafel bestehet hierinn: Weil bey jeder Multiplication zwo Zahlen zusamm komen (§. 63.) so suche ich eine dieser Zahlen in der Vertical-stehenden Zeilen *A C.* die andere in der Horizontal liegenden Zeile *A B.* Nachdem fahre ich zugleich von der obenher genommenen Zahl vertical herab, und von der zur Seite genomenen Zahl Horizontal hinein: denn, wo diese zwo Reihen durch das Kreutz gehen, dort stehet das gesuchte Product der zwo Zahlen, z. E. es ist die Frag: wie viel 6 mal 7 seye. So nehme ich auf *A C.* 7. und auf *A B.* 6. Hernach fahre ich von *A C* das ist von 7 Horizontal, nämlich von *Z* gegen *Y* hinein, und von *A B*, das ist von 6 vertical oder von *X* gegen *W* herab.

Ich nehme wahr, daß die zwo Reihen bey 42 durch das Kreutz gehen, so ist denn 42 das Product von 6 in 7.

§. 66. Anmerkung. Diese Tafel auswendig zu lernen, ist das bequemste, wenn man das gemeine Einmalein auswendig fasset. Ich will es auch hersetzen:

	mal		ist			mal		ist			mal		ist	
2	×	2	=	4	5	×	2	=	10	8	×	2	=	16
2		3		6	5		3		15	8		3		24
2		4		8	5		4		20	8		4		32
2		5		10	5		5		25	8		5		40
2		6		12	5		6		30	8		6		48
2		7		14	5		7		35	8		7		56
2		8		16	5		8		40	8		8		64
2		9		18	5		9		45	8		9		72
2		10		20	5		10		50	8		10		80
3	×	2	=	6	6	×	2	=	12	9	×	2	=	18
3		3		9	6		3		18	9		3		27
3		4		12	6		4		24	9		4		36
3		5		15	6		5		30	9		5		45
3		6		18	6		6		36	9		6		54
3		7		21	6		7		42	9		7		63
3		8		24	6		8		48	9		8		72
3		9		27	6		9		54	9		9		81
3		10		30	6		10		60	9		10		90
4	×	2	=	8	7	×	2	=	14	10	×	10	=	100
4		3		12	7		3		21	10	×	100	=	1000
4		4		16	7		4		28					
4		5		20	7		5		35					
4		6		24	7		6		42					
4		7		28	7		7		49					
4		8		32	7		8		56					
4		9		36	7		9		63					
4		10		40	7		10		70					

Aus allen diesen erhellet, daß es eines seye z. E. 4 mit 5 oder 5 mit 4 multipliciren. Folglich auch weñ ich *a* mit *b*, oder *b* mit *a* multiplicire.

Vter Abschnitt.

Vom Dividiren.

§. 67. BEym Dividiren wird der Quotus, das ist, jene eine Zahl gesuchet, welche durch die Anzahl ihrer Einheiten anzeiget, wie oft der Divisor im Dividendo enthalten seye. Hieraus erfolget, daß wenn ich erstens frage, wie oft der Divisor in den Tausendern, hernach in Hundertern, Zehnern u. s. w. im Dividendo enthalten sey, endlich ein Quotus vom ganzen Dividendo herauskomme. Dieß ist der Grund der Division. Itzt zur Sach selber.

§. 68. **Aufgab.** Eine Zahl durch eine andere dividiren.

Ister Fall. Wenn der Divisor nur ein Ziffer hat.

Auflösung.	**Exempel.**
1. Ich schreibe den Dividendum, und den Divisor unter das erste linke Ziffer des Dividendi, wenn dieser grösser, oder dem Divisor gleich ist. Ist aber der Divisor grösser, schreibe ich ihn unter das nächste Ziffer.	I. Dividendus 344 Divisor 2 II. Dividendus 344 Divisor 4
2. Hinten an mache ich einen Strich oder Zug herab den Quotum dort hinaus zu schreiben.	I. 344 [2 [II. 344 [4 [

3. Ich

3. Ich erwege, wie oft der Divisor in der Zahl, unter der er stehet (oder in allen beyden vorstehenden, wenn er unter dem zweyten stehet) enthalten seye.	Im I. Ex. sage ich 2 in 3 ist 1 mal. Im II. Ex. sage ich 4 in 34 ist 8 mal.
4. Den Quotum, oder die Zahl, die es anzeiget, schreibe ich hinten aus.	I. 344 [1 2 II. 344 [8 4
5. Diesen Quotum multiplicire ich in den Divisorem, und das Product subtrahire ich von den schon dividirten Zahlen, und durchstreiche die vorige Ziffer, wenn aber etwas übrig bleibt, schreibe ich es oben hin. Nachdem ist die erste Operation fertig, und dieser sind alle andere gleich.	Im I. Ex. sage ich 1 × 2 ist 2, und 2 von 3 läßt 1, so durchstreiche ich 2 und 3, und den Rest, schreibe ich oben an also: 1 ~~3~~44 [1 ~~2~~ Im II. Ex. sage ich 4 × 8 = 32. Nun 32 von 34 läßt 2. also: 2 ~~34~~4 [8 ~~4~~
6. Folglich setze ich den Divisor um eine Reihe weiter gegen der Rechten. (§. 67.)	I. 1 ~~3~~44 [1 ~~2~~2 II. 2 ~~34~~4 [8 ~~4~~4

7. Nun

7. Nun frage ich wieder, wie oft der Divisor in den oben stehenden Ziffern enthalten seye.

Im I. Ex. sage ich 2 in 14 ist 7 mal.

Im II. Ex. sage ich 4 in 24 ist 6mal.

8. Diesen Quotum schreibe ich wieder hinaus wie N. 4.

I. 1
344 [17
22 [

II. 2
344 [86
44 [

9. Durch diesen neuen Quotum multiplicire ich den Divisor, und das Product subtrahire ich wie N. 5. schreibe auch den Rest hinauf u. s. f. wie von N. 6. an.

Im I. Ex. sage ich 2×7=14. und 14 von 14 giebt nichts. Nachdem ich nun den Divisor zur rechten gerücket, sage ich 2 in 4 ist 2mal. Dieser ist der letzte Quotus, dardurch multiplicire ich den Divisor 2. das Product 4 subtrahire ich vom Dividendo 4. Nun ist nichts mehr übrig, und der ganze Quotus ist 172.

Im II. Ex. sage ich 4×6=24. Nun 24 von 24=0. so ist die Operation fertig.

§. 69. Anmerkung. Weñ in der Mitte ein Nulle oder ein kleiners Ziffer durch ein grössers solte dividiret werden, ist der

Exempel.

Dividdus 8304 [207
Divisor. 444 [

Ich sage 4 in 8 ist 2mal. 2×4=8. Et 8 von 8=0.

Quo-

Quotus ein 0. Nachdem dann der Divisor weiter gerücket worden, geschieht die Operation wie sonst.

Nachdem der Divisor weiter gerücket worden, sage ich 4 in 3 ist 0mal, so ist 0 der Quotus, ich durchstreiche den Divisor, und rücke ihn weiter; sage auch itzt 4 in 30 ist 7mal. Das übrige geschieht wie sonst, und wird der ganze Quotus 2076.

§. 70. Anmerkung. Wenn nach der letzten Subtraction eine Zahl übrig ist, so kleiner ist, als der Divisor, schreibe ich selbe hinter den Quotus, und den Divisor darunter.

Exempel:

```
           5 1
Divddus   86325 [43162½
Divisor   22222 [
```

§. 71. Anmerkung. Bey jeder Division kommen dreyerley Arten von Operationen vor. 1stens das Dividiren (§. 68. n. 3.) 2tens das Multipliciren (§. cit. n. 5.) 3tens das Subtrahiren (§. cit. n. 6.)

Andere Exempel.

```
                        6
§. 72. Dividendus     9873  [ 1097 Quotus.
       Divisor.  9.   9999  [
```

```
                   4
Dividendus      900020  [ 180004 Quotus.
Divisor.  5.    555555  [
```

§. 73. IIter Fall. Wenn der Divisor mehr als ein Ziffer hat.

Auflösung.	Exempel.
1. Ich schreibe den Divisorem also unter den Dividendum, daß dieser noch grösser seye als jener. Nachdem ziehe ich wieder hinten her einen Strich oder Zug für den Quotum (§. 68. n. 1.)	I. Dividdus 3456 [Divisor 32 [II. Dividdus 9278 [Divisor 93 [III. Dividdus 576 [Divisor 63 [
2. Ich frage, wie oft die erste Zahl des Divisoris in der ersten (das ist linken) Zahl des Dividendi enthalten seye (welches niemals über 9mal seyn kann) den Quotum nun schreibe ich hinten an.	Im I. Ex. sage ich 3 in 3 ist 1mal enthalten. Im II. Ex. sage ich 9 in 92 ist 9mal. Im III. Ex. sage ich 6 in 57 ist 9mal.
3. Mit dem Quoto wird itzt der ganze Divisor multiplicirt, und das Product darunter geschrieben: wie sonst die Multiplication geschieht (§. 63. n. 5.)	Im I. Ex. sage ich 1 × 32 ist 32. und dieß Product schreibe ich unter den Divisor also 3456 [1 Divisor 32 [32 Im II. Ex. sage ich 93 × 9 = 837. und schreibe 9278 [9 93 [837

NB.

NB. Wenn dieß Product grösser ist, als das es vom Dividendo könnte subtrahiret werden, so ist der Quotus zu oft genommen worden: derowegen die Operation vom neuen zu machen, und der Quotus zu verkleineren ist. z. E. es seye

Dividendus	827
Divisor	93

da müßte ich nach vorgehenden Regeln sagen (N. 2.) 9 in 82 ist 9mal, so stunde die Operation nach geschehener Multiplication (N. 3.) also:

```
827 [ 9
 93 [
837
```

da sehe ich, daß das Product 837 grösser, als der Dividendus 827. derowegen streiche ich vorige Operation aus, und nehme den Quotum um eines weniger: nämlich 8 anstatt 9. Nun weilen das Product 93 × 8 = 744 kleiner ist, als der Dividendus 827. so ist die Operation rechtmäßig, sonst müßte ich wieder von neuem die nämliche Operation wiederholen. Die Operation aber in diesem Fall würde so zu stehen kommen:

```
8 2 7 [ 9
  9 3 [ 8
8 8 7
-----
7 4 4
```

4. Dieses Product subtrahire ich vom Dividendo.	I.	3456 [1 32 [32 — 2

II.

	II. 9278 [9 93 837 090
5. Zum Rest (wenn einer da ist) schreibe ich noch ein Ziffer des Dividendi, das noch nicht ist dividirt worden, herab.	I. 3456 [1 Divisor 32 32 025 II. 9278 [9 Divisor 93 837 0908
6. Und den Divisor rücke ich um eine Reihe mehr gegen der rechten.	I. 025 Divisor 32 II. 0908 Divisor 93
7. Itzt operire ich, wie vorher von N. 2. an, nämlich zuerst geschieht die Division, hernach die Multiplication des Divisoris durch den Quotum, endlich die Subtraction des Products vom Dividendo.	Im I. Ex. sage ich 3 in 2 ist 0mal. 0 ist der neue Quotus. Im II. Ex. sage ich 9 in 90 ist 9mal. Nun ist 9 × 93 = 837. und 837 von 908 giebt Rest 71
8. Dieß wird so oft wiederholt, als lang die obere Zahl oder der Dividendus grösser ist als der Divisor.	Quotus des I. Ex. = 108.

Auf

Auf die letzt aber, weñ ein kleinerer Rest überbleibt, als der Divisor ist, schreibt man diesen Rest hinter den Quotum, und den Divisor darunter.	Quotus des II. Ex. = 99 $\frac{71}{93}$.

§. 74. Anmerkung. Alle Regeln der Division sind in diesem lateinischen Vers enthalten:

Divide, multiplica, subtrahe, pone loco.

Divide N. 2. Multiplica N. 3. Subtrahe N. 4. Pone loco N. 5. & 6.

§. 75. Anmerkung. Wenn der Divisor zu Ende Nullen hat, ist es weit bequemer die Nullen gleich unter die letzten Ziffer des Dividendi zu setzen, weil die Nullen nichts multipliciren; die Operation geschieht hernach bis zu den Nullen vorwärts, als wenn keine Nullen da waren. Die Ziffer des Dividendi aber, worunter die Nullen stehen, bleiben zum Bruch, das ist, sie werden hinter den Quotus gesetzt, und der ganze Divisor darunter geschrieben. Exempel. Es seye 797235 mit 200 zu dividiren. Ich schreibe

7972	35
2	00

Nach geschehener Operation mit 2. wird der Quotus seyn 2986 $\frac{35}{200}$.

§. 76. Ein ganz ausgesetztes Exempel:

[Divdd. 4204960
[Divis. = 530

Ich schreibe 420496|0 [7 9 3 3 470/530 = Quot.
S. N. 1. – 53 |0

N. 3. – 371		nach N. 2.
N. 5. – 494		
N. 6. – 53		
N. 3. – 477		nach N. 2.
N. 5. – 179		
N. 6. – 53		
N. 3. – 159		nach N. 2.
N. 5. – 206		
N. 6. – 53		
N. 3. – 159		nach N. 2.
N. 8. – 47		nach N. 8. und §. 75.

§. 77. Der Beweis beruhet auf §. 67.

§. 78. Anmerkung. Wenn der Divisor noch mehr als 2. Ziffer hat, wird die nämliche Method beobachtet.

VIter Abschnitt.

Von der Prob.

§. 79. Erklärung. Die Prob heißt man jene Art zu untersuchen, ob eine Operation nach den Regeln gemachet worden seye.

§. 80. Lehrsatz. Die untrügliche Prob der Addition geschieht durch die Subtraction, also daß wenn von der Summe ein zu addirende Zahl abge-

zogen einen Rest giebt, der der anderen zu addirenden Zahl gleich ist.

Beweis. Die Addition ist eine Versammlung mehrer Zahlen (§. 26) in eine Summe; so muß dann die Summe beyde in sich halten. (§. 24) Nun bestehet jedes Ganze aus allen seinen Theilen (§. 47.) folglich auch die Summe. Wenn man nun einige Theile wegnimmt, müssen die andern übrig bleiben; wenn dann nach weggenommener einer Zahl just die andere übrig ist, so bestunde die Summe aus allen Theilen. w. z. E.

§. 81. Zusatz. Die beßte Prob der Subtraction geschieht durch die Addition, wenn nämlich der Rest mit der subtrahirten Zahl der grössern Zahl gleich ist.

Beweis. In der Subtraction begehret man, daß von einer grössern eine kleinere Zahl abgezogen werde, damit nur gewisse Theile übrig verbleiben. Es bestehet aber jedere grössere Zahl aus der kleinern, und ihrer Differenz, folglich, wenn die kleinere mit der Differenz just der grössern gleich ist, ist untrüglich, das man die rechte Differenz oder Rest gefunden habe. w. z. E.

§. 82. II. Lehrsatz. Die Prob der Multiplication geschieht am beßten durch die Division; wenn der Quotus dem Multiplicator gleich ist.

Beweis. Beym Multipliciren sucht man ein Product, welches den Multiplicandum so oft enthält, als der Multiplicator Einheiten hat (§. 33.) nun aber enthält der Quotus so viel Einheiten, als der Divisor im Dividendo enthalten ist. (§. 34.) Folglich, wenn ein Product durch den Multiplicandum dividiret wird, muß der Quotus dem Multiplicator gleich seyn.. w. z. E.

§. 83.

§. 83. Zusatz. Die sicherste Prob der Division geschieht durch die Multiplication, wenn der Quotus in den Divisor multiplicirt den Dividendum herfür bringt.

Beweis. Wenn man dividirt, sucht man eine Zahl, die so oft eines enthält, als der Dividendus den Divisor in sich fasset (§. 37.) Nun aber ist das Product aus dem Quoto in den Divisorem, welches den Divisor so oft in sich hat, als der Quotus Einheiten in sich (§. 31.) fasset. Folglich wenn ich dieses Product dem Dividendo gleich befinde, habe ich recht gehandelt. w. z. E.

§. 84. I. Aufgab. Die Prob der Addition zu machen.

Auflösung. Eine addirte Zahl subtrahire ich von der Summe: wenn die andere addirte Zahl übrig bleibt, ist die Addition richtig gewesen.

Z. E. Es seyen zu addiren A und B,

A = 2468
B = 3695
S. = 6163 Summe.

Nun weil S − B das ist 6163 − 3695 dem A gleich ist, ist die Sache recht geschehen (§. 80.)

§. 85. II. Aufgab. Die Prob über die Subtraction zu machen.

Auflösung. Den Rest und den Subtrahendum addire ich zusamm, wenn die grössere Zahl herauskömmt, ist die Operation nach den Regeln geschehen. z. E. Es seye von A = 9876 zu subtrahiren B = 3456.

A = 9876
B = 3456
R. = 6420 der Rest

Weil R + B = A, so ist die Subtraction recht geschehen. (§. 81.)

§. 86. III. Aufgab. Die Prob der Multiplication zu machen.

Auflösung. Das Product dividire ich mit dem Multiplicando: wenn der Quotus dem Multiplicatori gleich ist, habe ich nicht gefehlet. z. E. 374 × 3 giebt zum Product 1122, und 1122 : 374 giebt 3. w. z. T. (§. 82.)

§. 87. IV. Aufgab. Die Prob in der Division zu machen.

Auflösung. Den Quotum multiplicire ich in den Divisorem. Habe ich nicht gefehlet, so muß das Product dem Dividendo gleich seyn. z. E. 3705 : 5 giebt im Quoto 741. Nun 741 × 5 = 3705. w. z. T. (§. 83.)

§. 88. Anmerkung. Bequemer ist die Prob mit dem 9er, welche eben so untrüglich ist, insofern der Fehler nicht just 9. ausmachet.

§. 89. I. Die Prob mit dem 9er in der Addition.

Auflösung. Ich nehme in den zu addirenden Zahlen den 9er so oft hinweg als es sich thun läßt: eben dieß thu ich auch in der Summe: wenn die Reste gleich sind, ist die Addition ohne Fehler abgelossen. z. E.

Addendi	[5409 3467]	2
Summa	8876	} 2

Weil der Rest nach weggelassenen 9nern beyderseits 2 ist, ist die Summe rechtmäßig.

§. 90. II. Prob mit dem 9ner bey der Subtraction.

Auflösung. Aus dem Subtrahendo und Residuo lasse ich alle 9ner weg, hernach auch aus dem gan-

ganzen; wenn, was übrig bleibt, gleich ist, ist der Rest der rechte. z. E.

Das ganze	7843	4
Subtrahendus	3453	
Residuum	4390	4

§. 91. III. Die 9ner Prob in der Multiplication.

Auflösung. 1tens ich mache ein Querkreutz. 2tens hernach werfe ich aus dem Multiplicando alle 9ner weg, und was übrig ist, schreibe ich oben in das Kreutz hinein. 3tens was mit Weglassung aller 9ner vom Multiplicatore übrig ist, schreibe ich unten ins Kreutz hin. 4tens die im Kreutz stehenden zwo Zahlen multiplicire ich, und vom Product werfe ich wieder alle 9ner weg, das übrige aber schreibe ich rechter Hand ins Kreutz ein. 5tens auch vom Product der Multiplication werfe ich alle 9ner weg, und schreibe das übrige linker Hand ins Kreutz hinein. Diese gegen einander stehende Ziffer müssen gleich seyn, wenn kein Fehler in der Multiplication vorbey gegangen. z. E.

4750 X 30. das Product ist B

142500 = B.

Multipdus

7

3 X 3 Factū.

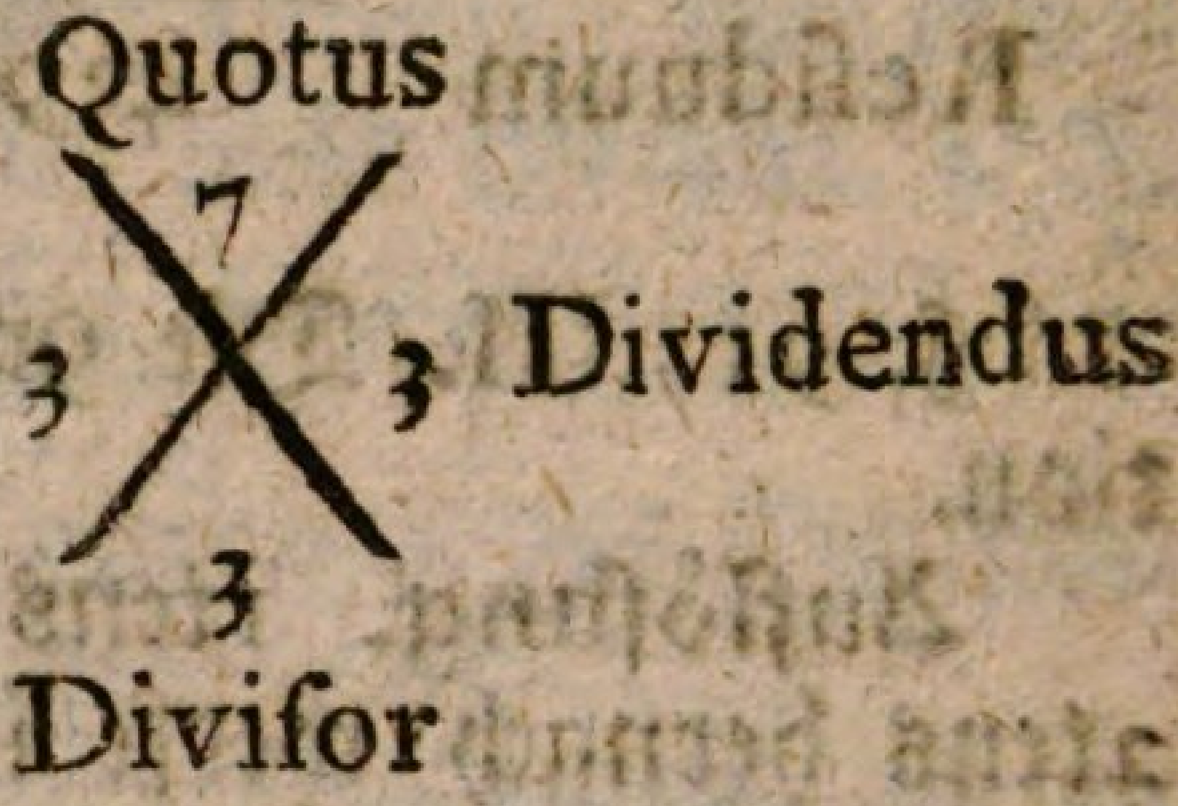
3

Multiplctor

§. 92. IV. In der Division die Prob mit dem 9ner zu machen.

Auflösung. Geschieht auf nämliche Art; wie aber die Zahlen stehen müssen, kann aus diesem Kreutz ersehen werden

7851 : 3
ist der Quotus = 2617.



§. 93. Anmerkung. Wenn an dem Quoto ein Rest anhängt, muß dieser vorher vom Dividendo subtrahiret werden, hernach aber erst die Prob auf gesagte Art vollendet werden.

Der Beweis dieser Prob hängt ab vom Werth der Ziffer, daß sie nämlich um zehenfach im Werth anwachsen: so müssen dann alle Theil in jeder Reihe eben so viel Zahlen in sich haben über die 9ner, wie viel die Zahlen der Summe in sich begreiffen. w. z. E.

Vtes Hauptstück.

Rechnungs-Art in Numeris heterogeneis.

§. 94. Bey Zahlen ungleicher Natur muß man vor allen wissen, wie viel von den kleinern Dingen einer Art die Sache vom grössern Werth in sich hat. z. E. wenn Gulden, Groschen, Kreutzer 2c. sollen addiret werden, 2c. muß ich vorher

her wissen, wie viel Groschen einen Gulden, und wie viel Kreutzer einen Groschen ausmachen; so oft nun Sachen von kleinerer Gattung da sind, muß man zu vor das grössere zu lauter kleineren machen, oder aber die kleinere zu so viel grössern, als sie ausmachen, nachdem es die Rechnung erfordert.

§. 95. I. Aufgab. Die Addition von ungleichen Dingen. Es sollen addirt werden

fl.	gr.	kr.	dl.
3.	14.	2.	2.
4.	7.	2.	3.

Auflösung. Ich fange bey den dl. an, und sage 2 † 3 dl. sind 5. dl. Ich beobachte gleich, daß 5 dl. schon 1 kr. und 1 dl. seyen; derowegen schreibe ich nur 1 dl. unter die dl.; den kr. aber zehle ich zu den Kreutzern, und sage 1 † 2 sind 3 kr. † 2 sind 5 kr. Ich nehme wieder wahr, daß 5 kr. schon 1 Groschen und 2 kr. seyen: daher schreibe ich unter die kr. nur 2, den Groschen aber zehle ich zu den Groschen, und sage: 1 † 7 = 8 † 14 = 22 Groschen. 22 Groschen sind wieder 1 fl. und 2 Groschen; derowegen schreibe ich unter die Groschen nur 2, den Gulden aber zehle ich zu den Gulden, und sage 1 † 4 = 5 † 3 = 8 Gulden. Das Exempel wird also zu stehen kommen:

fl.	gr.	kr.	dl.	
3.	14.	2.	2.	
4.	7.	2.	3.	
8.	2.	2.	1.	Suma.

§. 96. Ein anders Exempel in Jahren, Monathen, Tägen, und Stunden, allwo das Monat für 30. Täg genommen wird.

Jahr.	Monath.	Täge.	Stunden.
2.	8.	24.	14.
3.	5.	29.	23.
6	14	54	37
	2.	24.	13. Sum.

§. 97. II. Die Subtraction von ungleichen Dingen, von

fl.	gr.	kr.	dl.	
4.	13.	2.	2.	solle subtrahiret werden.
2.	15.	2.	3.	

Auflösung. Ich fange wieder bey dl. an, und weil ich 3 von 2 dl. nicht sagen kann, so entlehne ich einen kr. und mache ihn zu dl. Nun habe ich 6 dl. daher sage ich 3 von 6 dl. läßt 3 dl.

Darauf komme ich zu den Kreutzern: weil aber schon einer weg gekommen, müßte ich sagen 2 von 1 kr. dieß ist nicht möglich: derowegen entlehne ich von 13 Groschen einen, mache ihn zu Kreutzern, und weil ich itzt 4 kr. habe, sage ich 2 von 4 krn läßt 2 kr.

Bey den Groschen müßte ich itzt sagen 15 von 12, weil einer weg gekommen, dieß ist nicht möglich; derowegen nehme ich einen fl. zu leihen, und mache ihn zu Groschen. Nun habe ich 32 Groschen, davon ich 15 subtrahiren muß, und im Rest 17 gr. bekomme.

Endlich sage ich wegen dem entlehnten fl. 2 von 3 fl. läßt 1 fl. das Exempel stehet also:

fl. 4.

fl.	gr.	kr.	dl.
4.	13.	2.	2.
2.	15.	2.	3.
1.	17.	2.	3. Rest.

§. 98. Ein anders Exempel in Jahren, Monathen, Tägen, und Stunden.

Jahr.	Monath.	Täge.	Stunden.
3.	5.	24.	14.
2.	6.	25.	20.
0.	10.	28.	18. Rest.

§. 99. III. Die Multiplication in ungleichen Dingen z. E. 12 fl. 4 Groschen. 2 kr. sollen mit 6 multipliciret werden.

Auflösung. Die Sachen grösserer Gattung mache ich zu Sachen der kleinsten, das ist, ich mache aus den fl. und gr. lauter kr. hernach multiplicire ich die kr. wie sonst gewöhnlich ist. z. E. ich sage 12 fl. × 20 geben 240 Groschen. Ich setze die 4 Groschen der Aufgab dazu, und sage 244 Groschen × 3 geben 732 kr. Die 2 kr. der Aufgab auch darzu, habe ich 734 kr. Nun diese Zahl 734 multiplicire ich mit 6. so habe ich die Aufgab in lauter krn aufgelöset = 4404 kr.

Auflösung auf eine andere Art. 1tens multiplicire ich die 12 fl. mit 6., hernach die 4 Groschen mit 6, endlich die 2 kr. mit 6, da steht die Auflösung also:

fl.	gr.	kr.
12.	4.	2.
6	6	6
72.	24.	12.

Wenn

Wenn ich nun die Kreutzer zu Groschen, und die Groschen zu fl. mache, bekomme ich zum Product.

73 fl. 8 gr. 0 kr.

---

§. 1000. IV. Die Division in ungleich benennten Dingen. z. E. 12 fl. 4 gr. 2 kr. sollen unter 2 getheilet werden.

Auflösung. Ich mache alles zu Kreutzern, und dividire hernach das Product von Kreutzern 734 mit 2, der Quotus giebt mir 367 kr.

Auflösung auf eine andere Art. Ich dividire erstens die 12 fl. mit 2, hernach die 4 Groschen mit 2, endlich die 2 kr. mit 2. Das Exempel steht also:

fl.		gr.		kr.	
12	[6	4	[2	2	[1
2		2		2	

der Quotus ist 6 fl. 2 Groschen. 1 kr.

§. 101. Anmerkung. Die zweyte Art der Auflösung wäre bequemer, als die erste, wenn nicht wegen den herauskommenden Brüchen die Arbeit versauert würde. In welchen Fällen dann die erste vorzuziehen ist.

VItes Hauptstück.

Von Combinationen und Permutationen.

§. 102. Erklärung. Eine Permutation ist eine veränderte Vermischung vieler Sachen. z. E. Wenn ich zwo Sachen habe A und B, kann ich sie also setzen A B oder umgekehret B A, und

wenn

wenn ich drey Sachen habe A B C, kann ich sie also versetzen:

A B C
A C B
B C A
B A C
C A B
C B A

§. 103. **Erklärung.** Eine Combination heißt eigentlich ein Zusammfügung mehrerley Dingen, also daß zwey und zwey, drey und drey, vier und vier nur einmal die nämlichen Sachen zusamm kommer. z. E. ich habe drey Dinge A. B. C. Zwey und zwey kann ich sie also stellen:

A B,
A C, drey und drey aber nur einmal: A, B, C.
B C,

Habe ich vier Sachen A, B, C, D, kann ich sie 3 und 3 also fügen: ABC. ABD. ACD. BCD. 2 und 2 aber füge ich sie also: AB. AC. AD. BC. BD. CD. und 4 und 4 einmal ABCD.

§. 104. **Anmerkung.** Diese Sache ist nicht allein angenehm, sondern auch sehr nützlich zu wissen; denn alle Künste und Erfahrungen sind hierdurch erfunden oder erweiteret worden. Inzwischen will ich allein die Tabellen und deren Gebrauch hersetzen:

§. 105 Permutations Tafel.

A

1	0
2	2
3	6
4	24
5	120
6	720
7	5040
8	40320
9	362880
10	3628800
11	39916800
12	479001600

B

§. 106. Anmerkung. Der Gebrauch dieser Tafel besteht in dem: z. E. ich möchte wissen, wie oft 6 Sachen können versetzet werden. Ich suche in der Reichen A B den 6er: so wird die dabey stehende Zahl mir anzeigen, daß sie 720mal können versetzet werden.

Ein Ex. mit 3 Sachen. Ein Ex. mit 4. Dingen.

Ein Ex. mit 3 Sachen	Ein Ex. mit 4. Dingen			
ABC. 1	1abcd	7bcda	13cdab	19dabc
ACB. 2	2abdc	8bcad	14cdba	20dacb
BCA. 3	3acdb	9bdac	15cabd	21dbca
BAC. 4	4acbd	10bdca	16cadb	22dbac
CAB. 5	5adbc	11bacd	17cbda	23dcab
CBA. 6	6adcb	12badc	18cbad	24dcba

§. 107.

§. 107. Combinations-Tafel.

A

1										
2	1									
3	3	1								
4	6	4	1							
5	10	10	5	1						
6	15	20	15	6	1					
7	21	35	35	21	7	1				
8	28	56	70	56	28	8	1			
9	36	84	126	126	84	36	9	1		
10	45	120	210	252	210	120	45	10	1	
11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1
B	2 und 2	3 und 3	4 und 4	5 und 5	6 und 6	7 und 7	8 und 8	9 und 9	10 und 10	11 und 11

§. 108. Anmerkung über den Gebrauch der Tafel. z. E. ich möchte wissen, wie oft 5. Sachen können gefüget werden, daß nur 3 und 3 derselben genommen werden. Ich suche 5 in AB, 3 und 3 herunten, und sehe, wo die zwo Reihen über das Kreutz gehen, nämlich bey 10, so können denn 5 Sachen 10mal zu 3 und 3 genommen werden.

Rechenkunst.

IItes Buch. Anfangsgründe zu den Algebraischen Rechnungen.

Ites Hauptstück.

Definitiones. Erklärungen.

§. 109. Die Algebra ist eine Wissenschaft der Grössen überhaupt. Insgemein aber und meistens hier wird sie für eine allgemeine Rechenkunst genommen, welche mit Buchstaben verrichtet wird, welche die Grössen und Verhältnissen derselben anzeigen. z. E. Wenn ich durch A eine Grösse, was es immer für eine ist, verstehe, und hernach 2 A mir vorstelle, so ist 2 A das doppelte von der Grösse A. Eine solche Quantitatem heisst man innominatam, indeterminatam, abstractam.

§. 110. So ist dann eine undeterminirte Grösse, welche keine Sach miteinschliesset. z. E. wenn ich glat hin 5 oder 7 sage, ist es ein undeterminirter Ausdruck: denn ich rede von Grössen oder Zahlen überhaupt. Eine determinirte Grösse wäre es, wenn ich sagete 5 fl. 16 Schuh.

§. 111. Eine undeterminirte Grösse kann entweders simplex, oder composita, incomplexa, oder complexa seyn.

§. 112. Eine incomplexe Grösse ist, welche man ansieht, als ob sie aus nicht mehr Theilen bestehe. z. E. die Grösse A, die Grösse X 2c.

§. 113. Eine complere Grösse ist, welche man ansieht, als ob sie aus mehr Theilen bestehe z. E. die Grösse A † A, oder A † B: ich will nämlich andeuten, daß die Grösse, wovon ich rede, aus A und A oder aus A und B als Theilen bestehe. Im ersten Fall sehe ich, daß ich anstatt A † A schreiben könne 2 A; denn es ist eines, ob ich sage eine Grösse bestehe aus A, als einen Theil, und aus A als dem anderen Theil, oder ob ich gleich sage, die Grösse bestehe aus 2 Theilen, deren jeder A ist, das ist 2 A. Die Ziffer, welche anstatt der Buchstaben auf besagte Art gesetzet werden, heißt man Coefficientes. Wenn aber die Theil von ungleicher Art sind z. E. A † B oder 2 A † 3 B, heißt man dergleichen Grössen Quantitates affectas.

§. 114. Eine simple Grösse ist, welche man ansieht, als ob sie keine vielfältige Theile in sich habe. z. E. A. X. Z ꝛc. oder A † B, B – C; denn wenn gleich A † B Theile hat, so sind diese doch nicht durch Multiplication zugegen.

§. 115. Eine zusammgesetzte (composita) Grösse ist, welche man ansieht, daß sie durch die Multidlication ihrer Theile entstünde, und welche durch die Division in ihre simple Theile kann aufgelöset werden. z. E. A A, oder A B ꝛc. ich will sagen meine Grösse bestehet aus dem A × A, oder aus A × B. Wir wollen A. 4 heissen, so wird A A = 16 seyn. Und B wollen wir 3 heissen, so ist A B = 12, denn 4 × 4 = 16 und 4 × 3 = 12.

§. 116. Beobachtung. Die Algebra handelt nicht nur in wahren (positivis) Grössen, sondern auch in falschen (negativis) welche einen Abgang von Grössen anzeigen, und dieses die Rechnungs Form leichter zu machen, weil sie als pure Mängel

kein

kein Bild in der Einbildung haben können, und derowegen viel Beschwerniß verursacheten.

§. 117. Eine wahre (positiva) Grösse ist, welche einen würklichen Werth hat v. g. $A = 12$, $B = 16$.

§. 118. Eine falsche (negativa) Grösse ist, welche einen Abgang, oder Mangel eines Werthes, oder Grösse anzeiget z. E. $-A = -3$, $-B = -4$, ich will dardurch anzeigen, daß ein Mangel von A da seye, das ist, daß so viel abgehe, als das A sonst gielt: ich will sagen $-A-3$ Nicht A nicht 3 seye zugegen. Das heißt, es gehe so viel ab, als sonst A oder 3 gielt.

§. 119. Zusatz. Wenn falsche Grössen für sich alleinig stehen, will man anzeigen, daß noch etwas über nichts abgehe, also, daß zuvor erst etwas müsse angenommen werden, damit man von nichts an in würklichen Dingen weiter zehlen könne z. E. wenn ich schreibe $-A$, ist es eben soviel, als wenn ich schrieb $0-A$. Es bedeutet, es gehe noch über das nichts so viel ab, als sonst A gielt, um zum (0) nichts zu kommen. Die Sache scheint widersinnig, läßt sich aber klar darlegen. Ich setze zween Arme: keiner besitzt keinen Heller; diese haben beyde 0. Itzt seye noch ein Armer, der erstens keinen Heller nicht hat, überdas aber eine Schuld von 3. fl. die er auch nicht hat, bezahlen sollte. Kann man nicht sagen, er habe $0-3$ (d. i.) er habe nichts, und über das nichts müßte er erst noch 3 fl. bezahlen, Das ist, etwas ihm mangelndes hinzuthun, damit er glat hin wie seine Kameraden 0 nichts habe.

§. 120. Anmerkung. Wenn falsche Grössen bey wahren zugleich stehen, alsdann kann es sich zutragen, daß entweders die wahren grösser seyen als

die

die falschen, oder daß die falschen grösser seyen, als die wahren, oder endlich, daß sie gleich groß seyen. Im ersten Fall entgehet der grössern so viel von ihrem würklichen Werth als die falsche Grösse ausmachet. z. E. $-3 + 7 = +4$. Im zweyten Fall verringert sich zwar die falsche Grösse, um so vieles, als die wahre Grösse ausmachet. z. E. $-7 + 3 = -3$, doch bleibt ein blosser Abgang. Im dritten Fall hebt sich beydes gegen einander auf z. E. $+7 - 7 = 0$.

Zu Erklärung des ersten Falles wollen wir setzen: es habe einer 7 fl. davon aber ist er 3 fl. schuldig, nicht wahr daß ein solcher nur eigentlich ein Herr von 4 fl. seye? nämlich $+7 - 3 = +4$.

Zum zweyten wollen wir annehmen: einer habe 4 fl. und seye 7 fl. schuldig. Ein solcher hat nicht nur seine 4 fl. nicht als eigen, sondern über das mangeln ihm noch 3 fl., damit er glat hin und ohne Schuld 0 habe. Er hat einen Abgang von 3 fl. welches da ist, etwas falsch haben: denn $+4 - 7 = -3$.

§. 121. **Anmerkung.** Von falschen Grössen noch einen kläreren Begriff zu haben, setzen wir, es seyen 12 da, nehme ich 3 weg, bleiben 9. denn $12 - 3 = 9$. nehme ich noch 3 weg, bleiben 6; denn $-3 + 9 = 6$. (§. 120.) Ich nehme noch 3 weg: dann bleiben 3; weil $-3 + 6 = 3$. thu ich auch diese 3 weg; bleibt 0: denn $+3 - 3 = 0$. Ziehe ich in den Gedanken noch mal 3 weg, so bleibt $-3 + 0$. Fahre ich noch weiter: bekomme ich $-6 + 0$, das ist 2mal $-3 = -6$.

IItes Hauptstücke.

Hypotheses. Willkürliche Sätze.

§. 122. Weil in der Algebra die Grössen unbestimmet sind, so kann man selbe mit beliebigen Zeichen ausdrücken: z. E. mit A. B. C. ꝛc.

§. 123. Hieraus erfolget, daß man auch mit Buchstaben addiren, subtrahiren ꝛc. könne: weil jede Grösse zu der anderen kann hinzugesetzet, oder von der anderen abgezogen werden.

§. 124. Das Zeichen der Addition ist ein stehendes Kreutz (§. 44.) z. E. a † b, das will sagen, a und b sind zugleich zu nehmen.

§. 125. Das Zeichen der Subtraction ist ein Querstrich — (§. cit.) z. E. a — b, ist soviel, als von dem a ist b abzuziehen, oder a ohne b.

§. 126. Anmerkung. Ich beobachte, daß diese Zeichen † und — in der Algebra eine doppelte Bedeutung haben: erstens anzuzeigen, ob eine Grösse eine wahre oder eine falsche seye (§. 119.) d. i. ob etwas würkliches oder ein Mangel ausgedrücket werde. z. E. o † A = † A bedeutet, daß ein gewisse Grösse angedeutet werde. Hingegen o — A = — A bedeutet, daß ich nichts als einen Abgang anzeigen wolle.

Zweytens bedeutet † die Addition und — die Subtraction. Und muß man dieses für keine eitle Grublerey achten, wenn gleich in Bücheren davon geschwiegen wird: denn bisweilen muß man positivas quantitates addiren: bisweilen negativas. Wieder soll man quantitates negativas, oder positivas subtrahiren. Im ersten Fall geschieht in der That so viel als wenn zwey † neben einander stünden,

den, aus welchen das erste anzeigt, daß ich addiren müsse, das andere aber, das die zu addirenden Grössen positivæ seyen. z. E. †4 † †5 = †9.

Im zweyten Fall muß wiederum nothwendig das † darunter verstanden werden, oder man muß also schreiben †—, welches so viel heißt, als: addire einen Mangel z. E. †6 †— 4 = 2. Wo nothwendig die positive Grösse kleiner wird: denn einen Mangel hinzuthun, heißt etwas würkliches wegnehmen, weil der Mangel und das Weesen zugleich nicht seyn können.

Eben dieses begiebt sich auch bey der Subtraction: solle eine Quantitas positiva subtrahiret werden, wird wenigst heimlich — † geschrieben, wobey — die Subtraction, und † die positive Grösse anzeiget. z. E. †9 — †4 = †5. Es macht diesen Sinn, nehme vom positivo etwas positivum hinweg.

Endlich sollte eine Quantitas negativa subtrahiret werden, solle man also — — schreiben z. E. 4 — — 5 = † 9, also das der erste — Strich die Subtraction, und der andere — die negative Grösse anzeigen, folglich diesen Verstand habe: nehme einen Mangel hinweg, oder mache, daß ein Mangel aufgehoben werde. Welches dann die Subtraction in eine Addition verwandelt; denn einen Mangel kann man nicht wegbringen, wenn man nicht etwas würkliches ihm entgegen setzet. Diese Anmerkung muß wohl begriffen werden, wenn man sich über die Wahrheit der Algebraischen Regeln überzeigen will; sonst wird man sehr oft anstehen. Um dessen recht berichtet zu werden, will ich alle mögliche Fälle hersetzen.

In der Addition.	In der Subtraction.
† 9 † † 3 = † 12	† 9 — † 3 = † 6
† 9 † — 3 = † 6	† 9 — — 3 = † 12
— 9 † † 3 = — 6	— 9 — † 3 = — 12
— 9 † — 3 = — 12	— 9 — — 3 = — 6
† 3 † † 9 = † 12	† 3 — † 9 = — 6
† 3 † — 9 = — 6	† 3 — — 9 = † 12
— 3 † † 9 = † 6	— 3 — † 9 = — 12
— 3 † — 9 = — 12	— 3 — — 9 = † 6
† 3 † † 3 = † 6	† 3 — † 3 = 0
† 3 † — 3 = 0	† 3 — — 3 = † 6
— 3 † † 3 = 0	— 3 — † 3 = — 6
— 3 † — 3 = — 6	— 3 — — 3 = 0

§. 127. Das Zeichen der **Multiplication** ist in der Algebra entweders ein Coma (,) oder ein liegendes Kreutz (×) oder (.) oder endlich gar keines. z. E. a, b Item a×b oder a.b oder ab ist alles eines, und heißt a multiplicirt mit b. Eben so verhält es sich mit mehr Buchstaben abc heißt a×b×c. oder a b × c ꝛc.

§. 128. Das Zeichen der **Division** sind zween Puncten (:) oder es wird der Divisor unter den Dividendum, wie bey Brüchen geschieht, gesetzt. z. E. a:b oder $\frac{a}{b}$ heißt a seye dividiret mit b.

§. 129. Weil bisweilen die nämlichen Grösse öfter solle genommen werden, erspart man viel Raum, wenn man zur gegebenen Grösse vor selber ein Ziffer schreibt, welches anzeigt, wie oft die Grösse genommen sollte werden. z. E. anstatt a † a schreibt man 2 a, anstatt a † a † a † b † b † c † c † c † c schreibt man

man 3a†2b†4c, diese Zahlen heißt man Coefficienten.

§. 130. Wenn eine Zahl in sich selbst multiplicirt wird. z. E. aa, schreibt man a^2. das ist, man hängt hinten der Grösse auf der Höhe einen Zweyer an; anstatt drey, vier 5mal nacheinander stehenden nämlichen Grösse schreibt man hinten einen 3, 4 ꝛc. nämlich anstatt, aaa schreibe ich a^3 anstatt aaaa schreibe ich a^4 ꝛc. diese Zahlen heißt man Exponenten.

§. 131. Anmerkung. Man muß die Coefficienten von den Exponenden wohl unterscheiden: denn die Exponenten zeigen an, daß die Grösse so oft seye multipliciret worden; die Coefficienten aber bedeuten, daß die Grösse so oft seye addiret worden.

§. 132. Die übrigen Zeichen der Gleichheit, Aehnlichkeit ꝛc. siehe (§. 44.)

IIItes Hauptstück.

Theoremata. Lehrsätze,

Worauf die Algebraischen Operationen sich gründen.

§. 133. Ister Lehrsatz. Die Verneinung (Negatio) vertilget, was hinter ihr stehet. z. E. Ich sage: ich war nicht gegenwärtig; da vertilget oder verneinet die Negation meine Gegenwart. Item, wenn ich sage: 3 sind nicht hier, das heißt: 3 sind nicht gegenwärtig; 3 gehen ab.

§. 134. Zusatz. Aus diesem Satz folget, daß wenn nach der Negation ein Mangel, Abgang, oder

oder negative Grösse stehet, dieser Abgang ꝛc. aufgehoben werde. z. E. wenn ich sage, ich war nicht abwesend; so heißt es: ich war zugegen. Wieder: nicht 3 gehen nicht ab; will sagen 3 sind gegenwärtig. Dieß ist der Grund jenes Spruches Duplex negatio est affirmatio: denn hier wird das Nicht seyn verneinet. Nur ist zu merken, daß nach einer doppelten Verneinung annoch o nichts könne da seyn, wenn nemlich der Mangel über das nichts hinabgestiegen. (§. 121.)

§. 135. IIter Lehrsatz. Wenn man eben soviel wegnimmt, als man darzu thut: bleibt o. z. E. † a — a = o * † 7 — 7 = o.

§. 136. IIIter Lehrsatz. Wenn man mehr hinzuthut, als man wegnimmt, verbleibt etwas. z. E. † 3 a — a = † 2 a * 12 — 4 = 8.

§. 137. IVter Lehrsatz. Wenn man mehr wegnimmt, als man hinzuthut, bleibt ein Mangel. z. E. 2 a — 4 a = — 2 a * 8 — 16 = — 8.

Beweis. 2 a — 4 a = † a † a — a — a — a — a. (§. 130) nun heben sich † a † a — a — a gegen einander auf (§. 135.) folglich ist noch übrig — a — a. w. z. E.

§. 138. Vter Lehrsatz. Wenn man einen Mangel zu einer wahren Grösse hinzuthut, wird diese positive Grösse kleiner. z. E. † 4 a — 3 a = † a * † 12 — 4 = 8.

Beweis. Einen Mangel kann ich in positivis nicht verursachen, ausser mit Hinwegnehmung einer würklichen Sache. z. E. ich kann nicht machen, daß

mir

mir eines meiner Bücher mangle, wenn ich nicht eines weg thue: daher wird sie kleiner.

§. 139. VIter Lehrsatz. Wenn ich etwas würkliches zum Mangel addire, so wird der Mangel kleiner z. E. — 4 a † 3 a = — a * — 12 † 9 = — 3. also wenn mir 6 Gulden abgiengen eine Schuld zu bezahlen, ich aber 4 fl. von Glaubigern geschenkt bekäme, giengen mir nur noch 2 fl ab.

§. 140. VIIter Lehrsatz. Wenn ich einen Mangel subtrahire, wird eine Grösse grösser, als sie vor war.

Beweis. Die Verneinung der Verneinung ist eine Bejahung (§. 134.) Nun ist die Subtraction eine Verneinung, oder ein Abzug; der Mangel ist auch eine Verneinung oder Abgang: so ist denn der Abzug seines Abgangs eine Zugab. z. E. von † 4 a solle — 3 a subtrahiret werden, ist die Summe † 7 a: den ein Mangel läßt sich nicht ersetzen, ausser mit Zugab des mangelnden. (§. 126.)

§. 141. VIIIter Lehrsatz. Die Multiplication einer wahren Grösse in eine wahre Grösse giebt im Product auch wahre Grössen. z. E. † a × † a giebt † a a.

Beweis. Bey der Multiplication wird begehret, daß der Multiplicandus etlichemal genommen werde. (§. 30.) Folglich, weil eine wahre Zahl in eine wahre multipliciret wird, verlangt man nichts anders, als daß ein wahre Grösse etlichemal wahrhaft solle genommen werden. w. z. E.

§. 142. IXter Lehrsatz. Die Multiplication einer

ner wahren Grösse in eine falsche giebt im Product falsche Grössen. z, E. † a x — a giebt — aa.

Beweis. Beym Multipliciren wird begehret, daß eine Grösse so oft genommen werde, als die andere Einheiten in sich hat (§. 31.) nun kann eine falsche Grösse keine wahre in sich halten; so will man denn, daß das Product falsche Grössen in sich habe, wenn eine falsche Grösse durch eine wahre, oder eine wahre durch eine falsche (denn dieß ist in der Multiplication eines §. 66.) solle multipliciret werden. w. z. E.

§. 134. Xter Lehrsatz. Bey Multiplication einer falschen in eine falsche Grösse, giebt das Product lauter wahre Grössen z. E. — a x — a giebt † a a.

Beweis. Die Verneinung der Verneinung giebt eine wahre Grösse (§. 134.) so giebt denn auch eine wiederholte oder öfters genommene Verneinung der Verneinung lauter wiederholte wahre Grössen. w. z. E.

§. 144. XIter Lehrsatz. Die Division einer wahren durch eine wahre Grösse giebt im Quoto wahre Grössen.

Beweis. Eine wahre kleinere Grösse ist wahrhaft in der grössern enthalten; weil dann die Division nichts anders sucht, als wie oft die kleinere in der grösseren Grösse enthalten seye (§. 35.) werden im Quoto lauter wahre Grössen stehen. w. z. E.

§. 145. XIIter Lehrsatz. Wenn eine falsche Grösse

se durch eine wahre, oder eine wahre durch eine falsche dividiret wird, stehen im Quoto falsche Grössen.

Beweis. Durch die Division wird gefunden, was und wie die Grössen in anderen enthalten seyen. (§. 34.) Nun ist in wahren Grössen eine falsche nur falsch, und in falschen eine wahre auch nur fälschlich enthalten, so muß der Quotus auch falsch seyn. w. z. E.

§. 146. XIIIter Lehrsatz. Wenn falsche durch falsche Grössen dividiret werden, ist der Quotus eine wahre Grösse.

Beweis. Gleichwie in der Multiplication begehret wird, daß eine Grösse etlichemal genommen werde; so verlanget man beym Dividiren zu wissen: wie vielmal eine Grösse in der anderen enthalten seye? gleichwie nun eine öfters wiederholte Verneinung der Verneinung eine wiederholte Bejahung ist (§. 134.) so ist eine wiederholte Frag, wie oft eine Verneinung der Verneinung zu nehmen ist, eben so viel, als fragen wie oft die Bejahung zu nehmen seye. w. z. E.

§. 147. XIVter Lehrsatz. Was durch die Addition entspringet, wird durch die Subtraction aufgelöset, und im Gegentheil.

Beweis. Wenn so viel addiret wird, als subtrahiret, bleibt nichts (§. 135.) und auch umgekehrt: also weil 4 a aus a † a † a † a entspringen, werden 4 a zernichtet, wenn ich sage — a — a — a — a = — 4 a.

§. 148.

§. 148. XVter Lehrsatz. Was durch die Multiplication erwächst, wird durch die Division aufgelöset: und auch im Gegenspiel.

Beweis. Die Multiplication ist eine wiederholte Addition; denn 2 × 3 = 6 oder 2 † 2 † 2, und die Division ist eine wiederholte Subtraction: denn 6 : 3 = 2, oder 6 — 2 — 2 — 2; nun was durch die Addition entspringt, wird durch die Subtraction aufgelöset (§. 147.) folglich auch, was durch die wiederholte addition erwächst, wird durch eine wiederholte Subtraction aufgelöset. w. z. E.

IVtes Hauptstück.

Die sogenannten Rechnungs Species Algebraisch.

Ister Abschnitt.

Das Addiren.

§. 149. Der erste Fall. Incomplexe Grössen addiren.

Auflösung. Ich schreibe alle Grössen eine jede mit ihren Zeichen neben einander.

Z. E. Es sind zu addiren a und b, ich schreibe a † b, oder ich solle addiren a und b und c und d, so schreibe ich a † b † c † d.

Item ich solle addiren a und a, ich schreibe a † a oder 2 a.

Wiederum sollen addiret werden 5 a und 2 a, wird die Summe 5 a † 2 a oder 7 a seyn.

3 a zu 3 b — 3 c zu addiren schreibt man 3 a † 3 b — 3 c.

Endlich sind a^7 und a zu addiren: ich schreibe a^7 † a.

NB. Ich derfe nicht schreiben a^8 denn das hiesse $a^7 \times a$, und nicht a^7 † a (§. 131.)

§. 150. IIter Fall. Complexe Grössen zu addiren.

Auflösung. Man schreibt nach und nach alle Glieder der complexen Grössen, und schreibt jedes mit seinem Zeichen; sind aber einige Buchstaben öfters zugegen unter dem nämlichen Zeichen, wird der Buchstaben nur einmal geschrieben, und der Coefficient vorgesetzt (§. 130.)

2. Sind aber einige Buchstaben öfters zugegen unter verschiedenen Zeichen; giebt man Obacht, was einander aufhebe (§§. 135. 2c.) und den Rest schreibt man mit seinem Zeichen.

Z. E. Zu a † b solle addiret werden c † d. Man schreibt a † b † c † d.

Und zu a — b solle man addiren c — d. Es wird geschrieben a — b † c — d.

Ferner werden 3 a — 3 b zu 2 a — b addiret, wenn man schreibt 3 a † 2 a — 3 b — b oder kürzer 5 a — 4 b; denn 3 a † 2 a = 5 a und — 3 b — b = — 4 b.

Sollen a — b und b † c addiret werden, schreibe ich: a † c denn b — b = 0 (§. 135.)

Endlich 3 a — 2 b zu 4 b — a zu addiren, schreibt man 2 a † 2 b; denn 3 a — a = 2 a und 4 b — 2 b = 2 b.

Exempel, worinn alle Fälle vorkommen.

Addenda [6a † b † 3c -- d -- 7e -- 7f † g
[5a -- b -- 4c † d † 8e † 6f -- h

Summa. 11a −1c †1e −1f †g −h.

§. 151. **Anmerkung.** Zu mehrerer Erleichterung will ich dieses Exempel mit Ziffern hersetzen: a gelte 2, b = 3, c = 4, d = 5, e = 6, f = 7, g = 8, h = 9.

Addendi [12 † 3 † 12 -- 5 -- 42 -- 49 † 8 -- 9
[10 -- 3 -- 16 † 5 † 48 † 42

Summa. 22 − 4 † 6 − 7 † 8 − 9

§. 152. **Anmerkung.** Die ganze Kunst und Beschwerniß läßt sich in etliche Wörter einschliessen: **Was sich gegen einander aufhebt (§. 135.) wird ausgelassen, und das übrige mit seinem Zeichen angeschrieben.**

Anmerkung. Grössen mit Exponenten müssen für solche angesehen werden, welche mit ungleichen Buchstaben geschrieben sind. z. E. a^7 † a^5 kann ich nicht schreiben a^{12} weil dieses eine Multiplication wäre, und keine Addition: denn aaaaa × aaaaaaa = aaaaaaaaaaaa = a^{12} (§. 130.) Was aber das für einen Unterscheid gebe, wollen wir nur in einem kleinen Exempel vor Augen legen: Es seye a = 2 so ist a^4 = 16 und a^3 = 8 folglich a^4 † a^3 = 16 † 8 = 24. Hingegen a^7 ist 128.

IIter Abschnitt.

Die Subtraction.

§. 153. Ister Fall. Incomplexe Grössen zu subtrahiren.

Auflösung. Die jenigen Grössen, wovon eine andere solle subtrahiret werden, schreibt man voraus, hernach jene, die zu subtrahiren ist mit dem Zeichen — z. E. von a solle b subtrahiret werden. Ich schreibe a — b.

Also wenn von a und b die Grösse c und d zu subtrahiren, schreibe ich a † b — c — d

Wieder solle ich von 2 a subtrahiren a, so schreibe ich 2 a — a = 1 a.

Endlich von 7 a zu subtrahiren 2 a, schreibe ich 7 a — 2 a = 5 a.

Zu letzt seye von a^7 zu subtrahiren a, ich schreibe a^7 — a.

NB. Ich derfe nicht schreiben $a^7 - a = a^6$ denn dieß wäre eine Division und keine Subtraction (§. 131.)

§. 154. IIter Fall. Eine complexe Grösse von einer complexen oder auch incomplexen zu subtrahiren.

Auflösung. In jenen Grössen, welche abzuziehen sind, verkehret man ihre Zeichen das ist † in — und — in † hernach addiret man diese Grössen wie (§. 150.) gelehret worden.

Beweis. Wenn eine wahre (†) Grösse solle subtrahiret werden, solle man etwas wahres wegnehmen, dieß aber geschieht, wenn etwas falsches

(—)

(—) zum wahren addiret wird. Was das erste ist. Und wenn eine falsche (—) Grösse solle subtrahiret werden, solle ein Mangel gehoben werden, dieß geschieht, wenn man etwas wahres hinzuthut (§. 138.) so können dann die Zeichen veränderet und die Subtraction in eine Addition verwandelt werden. w. z. E.

Z. E. Von a seye + b + c zu subtrahiren, ich kehre im Subtrahendo die Zeichen um, schreibe — b — c und addire es zum a, nämlich a — b — c.

Solle ich von a + b + c subtrahiren d + e, schreibe ich a + b + c — d — e.

Wieder von a — b + c subtrahire ich d — e also a — b + c — d + e.

Abermal von 3 a — b subtrahirt a + b giebt 3 a — b — a — b oder kürzer 2 a — 2 b.

So machet auch von 3 a — 5 b subtrahirt a — 9 b im Rest 3 a — 5 b — a + 9 b, oder 2 a + 4 b.

Exempel, worinn alle Fäll vorkommen.

Von : :	2c − 2d + 7b − 7e + 2f − 2g
seye Subtrahendus	c − d + 9b − 9e − f + g
umgekehrte Zeichen	− c + d − 9b + 9e + f − g
Nun addirt :	c − d − 2b + 2e + 3f − g Rest.

§. 155. **Anmerkung.** Mehr Klarheit wegen wollen wir es mit Ziffern vorstellen. Es seye b = 2, c = 3, d = 4, e = 5, f = 6, g = 7.

	6 − 8 + 14 − 35 + 12 − 14
Subtrahend.	3 − 4 + 18 − 45 − 6 + 7
umgek. Zeich.	− 3 + 4 − 18 + 45 + 6 − 7
nach Addition	3 − 4 − 4 + 10 + 18 − 21 : Rest.

IIIter

IIIter Abschnitt.

Die Multiplication.

§. 156. Ister **Fall.** Wenn der Multiplicator eine incomplexe Grösse ist.

Auflösung. 1stens schreibt man die in einander zu multiplicirenden Buchstaben neben einander z. E. $a \times b$ schreib $a\,b$, oder $x \times z$ schreib $x\,z$.

2tens wenn bey den Buchstaben Coefficienten stehen, werden auch die Coefficienten nach gemeiner Art in einander multipliciret. z. E. $5\,a \times 4\,b$, sprich 5mal 4 ist 20 und $a \times b$ ist $a\,b$ folglich ist das Product $20\,a\,b$. Item $2\,c \times 4\,c$ giebt $8\,c\,c$, merke das $a + b$ so viel seye als $1\,a + 1\,b$ ꝛc.

3tens. Wenn sowol der Multiplicandus als Multiplicator das nämliche Zeichen haben, so hat das Product zum Zeichen $+$; haben aber jene ungleiche Zeichen: so ist das Zeichen des Products $-$, z. E. $+a$ multiplicirt mit $+b$ giebt $+a\,b$. (§. 141. 142. 143.)

Also auch $+a$ multiplicirt	mit $+a$	giebt $+a\,a$
$+a$	mit $-a$	giebt $-a\,a$
$+a$	mit $-b$	giebt $-a\,b$
$+a$	mit $+c$	giebt $+a\,c$

4tens wenn bey den Buchstaben Exponenten stehen, und die Buchstaben die nämlichen sind, werden nur die Exponenten addiret. z. E. $a^5 \times a^4 = a^9$, denn $a^5 \times a^4$ ist so viel als $a\,a\,a\,a\,a \times a\,a\,a\,a$.

Sind aber die Buchstaben verschieden: schreibt man sie glat mit ihren Exponenten neben einander. z. E. $a^2 \times b^3 = a^2\,b^3$, oder $a^4 \times b^2 \times c = a^4\,b^2\,c$.

Meh-

Mehrere Exempel:

Multiplicandus	a † b	Item	— a — b
Multiplicator	c		— c
Productum	† a c † b c	Product.	† a c † b c

Multiplicdus	† b † c	Item	† a — b
Multiplicator	— a		† c
Productum	— a b — a c	Product	† a c — b c

§. 157. IIter Fall. Wenn der Multiplicator eine complexe Grösse hat.

Auflösung. Es geschieht schier auf die Art, wie bey der Multiplication mit Ziffern, wo man nach und nach mit allen Ziffern des Multiplicatoris jedes Ziffer des Multiplicandi multipliciret, nur daß es hier kein Gesätz hat; ob ich von forne hinter, oder von hinten vorwärts multiplicire:

1. So wird dann mit jedem Glied des Multiplicatoris ein jedes Glied des Multiplicandi multipliciret, das ist die Buchstaben neben einander gesetzet wie (§. 156. n. 1.)

2. Sind Coefficienten zugegen, so werden auch diese in einander multipliciret. Wobey zu merken, daß jeder Buchstaben, wo kein Coefficient stehe 1 gelte z. E. a † b ist so viel als 1 a † 1 b, (sieh §. 156. n. 2.)

3. Die Exponenten werden addiret, wenn die Buchstaben die nämlichen sind. (sieh §. 156. n. 4.)

4. Die nämlichen Zeichen im Multiplicando und Multiplicatore geben im Product † verschiedene aber—

§. 158. Z. E.

Multiplicandus a — a
Multiplicator b † c Item — b — c

Product † b a † a c † a b † a c

Beym ersten sage ich a × c giebt a c und weil die Zeichen gleich sind, kömmt † a c, also auch a × b giebt a b und weil die Zeichen wieder gleich sind, kömmt † a b. Folglich das ganze Product † a b † a c oder † a c † a b; denn dieß ist eines, gleichwie es eines ist, ob ich schreibe a b, oder b a, a c oder c a.

§. 159. Ein anders: a † b × c † d, ich schreibe
a † b
c † d

Nachdem sage ich b × d giebt b d und wegen gleichen Zeichen † b d, das schreibe ich unter den Strich; hernach sage ich a × d giebt a d, und weil beyde das nämliche Zeichen haben, schreibe ich † a d unter den Strich, wohin ich will. Nun habe ich a † b mit † d multipliciret, ich muß aber auch a † b mit † c multipliciren: ich sage denn c × b giebt c b, und zwar † c b wegen gleichen Zeichen. Wieder a × c giebt a c, und weil die Zeichen gleich sind, schreibe ich abermal † a c, das ganze Product wird seyn a c † b c † a d † b d, und das Exempel also stehen:

a † b Multiplicandus.
c † d Multiplicator.

ac † b c † a d † b d Productum.

§. 160. Noch eines: † a — b × c — d schreibe ich † a — b
† c — d

Ich spreche b × d giebt b d, und wegen gleichen Zeichen — giebt es †, folglich † b d; das schreibe ich an, darauf sage ich a × d giebt a d, und wegen ungleichen Zeichen schreibe ich — a d. Ferner sage ich c × b giebt c b und zwar – c b, weil ihre Zeichen ungleich sind. Endlich sage ich a × c giebt a c, und weil ihre Zeichen gleich sind, schreibe ich † a c. Das Exempel kömmt also:

† a — b	Multiplicandus.
† c — d	Multiplicator.
† a c – b c – a d † b d	Product.

§. 161. Ein Exempel mit Coefficienten. z. E. 2 a b † 3 b mit 5 a b † 8 b multipliciren. Man schreibt { 2 a b † 3 b
oder wie { 5 a b † 8 b
man will versetzter, wenn nur der Multiplicator seine Glieder und der Multiplicandus auch die seinen behält.

Itzt sage ich 3 × 8 giebt 24, und b × b, giebt b b, und † in † giebt †, folglich † 24 b b, das schreibe ich an.

Nachdem sage ich 2 × 8 giebt 16, und a b × b giebt a b b, und † in † giebt † das ist † 16 a b b, das schreibe ich wieder an.

Nun spreche 3 × 5 ist 15, und b × a b ist a b b und † in † ist †, folglich ist † 15 a b b anzuschreiben.
Endlich sage ich 2 × 5 ist 10 und a b × a b ist a a b b und † in † ist †, folglich schreibe ich 10 a a b b, das ganze Product ist 10 a a b b † 15 a b b † 16 a b b † 24 b b oder kürzer 10 a a b b † 31 a b b † 24

bb, das Exempel stehet also   2 a b † 3 b
5 a b † 8 b

† 16 a b b † 24 b b
10 a a b b † 15 a b b

das ganze Prodct. 10 a a b b † 31 a b b † 24 b b

§. 162. Exempel mit Exponenten: z. E. a^2 — b^2 x a^2 † b ich schreibe a^2 — b^2
a^2 † b

und spreche b x b^2 giebt b^3 (§. 157. n. 3.) und † in — giebt —, folglich schreibe ich an — b^3.

Nota. Wenn bey einem Buchstaben kein Exponent stehet, gielt er x 1. z. E. b gielt b^1.

Hernach sage ich a^2 x b giebt a^2 b und † in † giebt †, folglich schreibe ich an † a^2 b.

Itzt sage ich a^2 x b^2 giebt a^2 b^2 und † in — giebt —, so ist dieß Product — a^2 b^2 anzuschreiben.

Zu letzt sage ich a^2 x a^2 giebt a^4 (§. 57. n. 3.) und † in † giebt †, so schreibe ich an † a^4, das ganze Product ist † a^4 — a^2 b^2 † a^2 b — b^3. es steht also:

a^2 — b^2
a^2 † b

† a^2 b — b^3
† a^4 — a^2 b^2

† a^4 — a^2 b^2 † a^2 b — b^3

§. 163. Nota. Es ist ein Ding, in was Ordnung die Glieder man multiplicire, wenn nur keines vergessen wird; derowegen ich bey jener Ordnung bleibe, die man in der Mulciplication mit Zifferen beobachtet.

§. 164. Exempel, wo alle Regeln beysam̃ sind.

Es seye $4a^3 + 3aa - 2a + 1$ mit $aa - 5a + 6$ zu multipliciren. Es stehet also:

$$
\begin{array}{rrrrrrl}
 & & 4a^3 & +3aa & -2a & +1 & \\
 & & & aa & -5a & +6 & \\
\hline
 & & +24a^3 & +18aa & -12a & +6 & = A. \\
 & -20a^4 & -15a^3 & +10aa & -5a & & = B. \\
+4a^5 & +3a^4 & -2a^3 & +1aa & & & = C. \\
\hline
4a^5 & -17a^4 & +7a^3 & +29aa & -17a & +6 & = D.
\end{array}
$$

Nämlich A ist das Product aus $+6$ in den ganzen Multiplicandum. $4a^3 + 3aa - 2a + 1$.

B ist das Product aus $-5a$ in den ganzen Multiplicandum. $4a^3 + 3aa - 2a + 1$.

C. ist das Product aus aa in den ganzen Multiplicandum. $4a^3 + 3aa - 2a + 1$.

Man addiret diese Producte zusamm, und bekömmt das ganze Product $D = A + B + C$.

IVter Abschnitt.

Die Division.

§. 165. Ister Fall. Wenn nichts als Buchstaben da sind.

Auflösung. Man läßt im Quoto jene Buchstaben aus, welche zugleich im Dividendo und Divisore angetroffen werden, die übrigen sind der Quotus. z. E. $ab : b$ giebt im Quoto a: oder $abc : a$ giebt den Quotum bc.

2tens. Wenn sowol der Dividendus als Divisor das nämliche Zeichen haben, bekömmt der Quotus

tus das Zeichen †, sind sie aber in jenem ungleich, hat der Quotus —, z. E. a b : b Quotus a, und — a b : — a Quotus † b.

§. 166. Anmerkung. Wenn der Divisor lauter andere Buchstaben hat, schreibt man ihn unter den Dividendum wie einen Bruch z. E. a b : c schreibe ich $\frac{a\,b}{c}$ und heißt a b bilde man sich für, als mit c dividiret.

§. 167. Der Beweis ist leicht, denn die Multiplication versammlet, was die Division auflöset (§. 148.) wenn aber der Quotus z. E. a mit dem Divisor b multipliciret wird, kömmt a b als der Dividendus heraus. (§. 156.) w. z. B.

§. 168. IIter Fall. Wenn bey den Buchstaben Coefficienten sind.

Auflösung. Man dividiret die Ziffer mit den Ziffern, wie in der gemeiner Division, und die Buchstaben mit den Buchstaben wie (§. 165.) und die Zeichen mit den Zeichen wie (§. 165. n. 2.)
Z. E. 12 b c : 6 c. Ich sage 6 in 12 geht 2mal, c in b c geht b, und † in † giebt †, so ist der Quotus † 2 c.

Item 15 a^3 b : 5 a b. Ich sage 5 in 15 geht 3mal, a b in a^3 b geht a a, † in † giebt †, so ist der Quotus † 3 a a.

§. 169. Anmerkung. Die Division der Exponenten geschieht durch die Subtraction. z. E. $a^4 : a^2$ ist der Quotus a^2; wieder $a^5 : a^3$ giebt Quotum

a^2: denn a a a a a dividirt mit a a a giebt a a (§. 165. n. 1.)

§. 170. IIIter Fall. Complexe Grössen zu dividiren.

Auflösung. Die Weis und Manier ist wie bey der Division in Ziffern; nur daß ich auf keine Ordnung der Reihen gebunden bin, sonder nur Obacht gebe, wo der Divisor ehender enthalten, oder wo die Subtraction leichter geschehen könne.

1stens frage ich, wie der Divisor im Dividendo enthalten seye, und zwar, wenn der Divisor eine complexe Grösse hat nur mit einem Theil.

2tens multiplicire ich den ganzen Divisor mit dem gefundenen Quoto nach dem vorgehenden Abschnitt.

3tens dieses Product subtrahire ich vom Dividendo nach dem 2ten Abschnitt von der Subtraction.

4tens den Rest merke ich an, und operire von neuem a n. 1.

5tens die gleiche Zeichen des Divisoris und Dividendi geben im Quoto † die ungleiche aber —
z. E. es seye zu dividiren a c † a d mit c † d: ich schreibe Dividendus a c † a d { Quotus
Divisor c † d
und sage c in a c giebt Quotum a.

Itzt multiplicire ich c † d mit a.

Das Product a c † a d subtrahire ich vom Dividendo, das ist, ich kehre die Zeichen um und addire es. Weil nun nichts übrig bleibt, ist a der ganze Quotus, das Exempel kömmt also:

Di-

Dividendus a c + a d [Quotus a
Divisor c + d a c + a d [
— a c — a d

o o

§. 171. Ein anders Exempel.

Dividendus ac+bc+ad+bd [Quotus.
Divisor c + d [

Ich sage c in a c giebt den Quotum a.

Itzt multiplicire ich mit dem Quoto a den Divisor c + d, das Product a c + a d schreibe ich unter den Dividendum wo a c und a d stehen.

Und mit verkehrten Zeichen im Subtrahendo addire ich — a c — a d zum a c + a d. bleibt nichts.

Im Dividendo aber steht noch b c + b d, dieß schreibe ich herab,

Und sage c des Divisoris ist in b c als Dividendo b, und zwar weil einerley Zeichen sind + b, diesen neuen Quotum schreibe ich hinaus, und multiplicire damit den Divisor c + d.

Das Product b c + c d mit umgekehrten Zeichen unter den Dividendum geschrieben und addiret läßt nichts, so ist die Sache geschehen. Das Exempel wird also stehen:

Divisor c + d

Dividendus ac+bc+ad+bd [Quotus
ac +ad [a + b
— ac —ad

o o
+bc +bd
+bc +bd
—bc —bd

o o o o

§. 172.

§. 127. Anmerkung. Wenn zu letzt ungleiche Buchstaben übrig sind, schreibt man sie wie einen Bruch (§. 166.) z. E.

Divisor sit $a + b$

Dividendus $ac + bc + cd$

erit Quotus $c + \frac{cd}{a + b}$

§. 173. **Exempel:**

Divisor ist $3aa - 6ab + bb$

Dividdus $12a^4 - 6a^3b - 32aabb + 6ab^3$ [Quotus $4aa + 6ab$.

$+ 12a^4 - 24a^3b + 4\,aabb$

$- 12a^4 + 24a^3b - 4\,aabb$

$0 \quad + 18a^3b - 28aabb + 6ab^3$

$+ 18a^3b - 28aabb + 6ab^3$

$- 18a^3b + 28aabb - 6ab^3$

$0 \quad 0 \quad 0 \quad 0$

§. 174. Anmerkung. Einem, der vorgehendes einmal begriffen hat, kann es nutzen, wenn er alle Regeln im kurzen beysamm habe: ich will sie so kurz hersetzen, als es immer möglich ist.

1. Die Addition. Was sich gegen einander aufhebt, läßt man aus: das übrige schreibt man mit ihren Zeichen, oder addirt es unter einen Coefficienten.

2. Die Subtraction. Man kehrt im Subtrahendo alle Zeichen um, und addiret hernach die Grössen nach vorhergehender Art.

3. Die Multiplication. 1mo. Man multiplicirt die Buchstaben in die Buchstaben und 2do die Coefficienten in die Coefficienten. 3tio die Expo-

ponenten werden addiret. 4to gleiche Zeichen geben dem Product † ungleiche aber geben —.

4. Die Division. 1mo man dividirt die Buchstaben mit den Buchstaben, und die Coefficienten mit den Coefficienten. 2do die Exponenten subtrahiret man. 3tio gleiche Zeichen geben dem Quoto †, ungleiche aber geben ihm —.

Rechenkunst.

IIItes Buch. Von den Brüchen.

Ites Hauptstück.

Definitiones. Erklärungen.

§. 175. Ein Ganzes (Totum) heißt man einen Zusammenhang gewisser Theile. z. E. 7. hat einen Zusammenhang von 7 Einheiten. Der Zehner ist ein Zusammenhang von zehen Einseren: ein Gulden ist ein Zusammenhang von 60 Kreutzern.

§. 176. Zusatz. Es giebt keine Grösse, welche nicht etwas ganzes ist: weil jede Grösse einen Zusammenhang seiner Theile hat.

§. 177. Ein Theil (Pars) ist etwas des Ganzens; also ist die Einheit 1 ein Theil von jeder Zahl. Der 2er in Rucksicht auf den 3er, 4rer 2c.

§. 178.

§. 178. Zusatz. Die nämliche Grösse kann nach verschiedener Betrachtung ein Ganzes, oder ein Theil seyn. In so weit sie selbst aus ihren Theilen bestehet, ist sie ein Ganzes; in so weit sie aber Theile einer grössern Sache ausmachen, sind sie Theile z. E. der 3er, 4rer, 5er; item ein Kreutzer, ein Gulden ist etwas ganzes: hingegen sind der 3er, 4rer, 5er nur Theile vom 10er, der Kreutzer ist ein Theil des Guldens, und der Gulden des Ducatens.

§. 179. Pars aliquota wird genennet, welcher, wenn man ihn etlichemal wiederholet, seinem Ganzen just gleich wird. z. E. der 2er ist ein solcher Theil vom 4rer, 6er und allen geraden Zahlen: denn nehme ich ihn 2mal, so ist er dem 4rer gleich, nehme ich ihn aber 3mal, gleicht er dem 6er rc.

§. 180. Pars aliquanta heißt, welcher, wenn man ihn etlichemal nimmt, sein Ganzes niemal just gleich, sondern zu wenig oder zuviel machet. z. E. der 2er ist Pars aliquanta vom 5er; denn nehme ich ihn 2mal, geht eines ab: nehme ich ihn 3mal, ist eines zuviel, so ist auch der 3er gegen den 7er rc.

§. 181. Aehnliche Theile (similes) sind, welche in Ruckſicht auf ihre Ganze auf die nämliche Art in ihnen enthalten sind. z. E. der 2er und der 3er sind ähnliche Theile, wenn ich den 2er zum 4rer, und den 3er zum 6er als ihren Ganzen halte; weil sie auf gleiche Weise, das ist, als der halbe Theile jeder in seinem Ganzen verborgen stecket.

§. 182. Partes similes aliquotæ sind, welche gleich oft genommen ihre ganze ausmessen. z. E. 4. 6 sind

6 sind solche Theile gegen 20 und 30, denn nehme ich den 4rer 5mal, so gleichet er seinen Ganzen dem 20er, und nehme ich den 6er 5mal, ermeßt er sein Ganzes den 30er.

§. 183. Partes similes aliquantæ sind, welche gleich oft genommen ähnliche Theile ihrer Ganzen in sich halten, aber nicht ausmessen. z. E. der 6er und 9er sind solche Theile gegen 8 und 12; denn der 6er enthält einmal genommen 3 vierte Theil von 8: denn 2†2†2†2 = 8, und 9 einmal genom̃en enthält von 12 auch 3 vierte Theil, denn 3†3†3† 3 = 12.

§. 184. Eine **ganze Zahl** (Numerus integer) ist, die nach allen ihren Theilen genommen wird. z. E. ein Gulden, der 3er, eine Meßruthe.

§. 185. Ein **Bruch** (Numerus fractus oder Fractio) ist, der nur etliche gewisse Theile von einem Ganzen ausdrücket. z. E. 2 Drittel eines Gulden. 4 Sechstel eines Schuhes; denn da wird ausgedrücket, daß man nicht einen ganzen Gulden oder einen ganzen Schuh nehmen solle, sondern nur etliche Theile desselben: und zwar in unserem Fall solle man den Gulden sich vorstellen, als ob er aus 3 Theilen bestehe, und 2 solche Theile solle man davon nehmen: und im letzten Fall solle man von einem Schuh, den man in 6 Theile abgetheilet sich vorstellet, 4 solche Theile nehmen.

§. 186. Der **Nenner** (Denominator) ist jene Zahl, welche ausdrücket, in wie viele Theile man sich ein gewisses Ganzes abgetheilet vorstellen müsse. z. E. im vorigen ist 3 der Nenner bey dem Gulden, und 6 ist der Nenner bey dem Schuh.

§. 187.

§. 187. Der Zehler (Numerator) heißt jene Zahl, welche anzeiget, wie viel solche Theile zu nehmen seyen, dergleichen man im Ganzen zu seyn durch den Nenner sich einbildet. z. E. 2 ist der Zehler bey dem Gulden, und 4 bey dem Schuh (§. 185.)

§. 188. **Anmerkung.** Die Brüche schreibt man folgender massen: den Zehler schreibt man oben auf, und unter einen Mittelstrich verzeichnet man den Nenner. z. E. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{4}{7}$. rc. man spricht zwey Drittel, drey Viertel, vier Siebentl, von einem gewissen Ganzen. Dergleichen Bruchzahlen heißt man auf lateinisch Terminos.

§. 189. Fractio spuria ist, wenn der Nenner grösser ist, als der Zehler. z. E. $\frac{8}{2}$ fl. oder wenn sie auch gleich sind z. E. $\frac{2}{2}$ fl. man nennet sie uneigentliche Brüche, weil in derley Fällen nicht nur etwelche Theile von einem Ganzen, sonder im letzteren Fall das Ganze, im vorletzten aber mehr als ein ganzes solle genommen werden. Sintemal, wenn z. E. 1 fl. in 2 Theile abgetheilt zu seyn angenommen wird, und ich 2 Theile nehme, es augenscheinlich ist, daß ich den ganzen Gulden nehme; und wenn man im ersten Fall einen Gulden in 2 Theil getheilt zu seyn annimmt, nun aber 8 solche Theile sollen genommen werden, ist ja nothwendig, daß man mehr als einen Gulden nehme: denn weil 2 Theile 1 fl sind, werden 8 solche Theile 4 fl. ausmachen.

§. 190. **Zusatz.** Es kann eine jede ganze Zahl wie ein Bruch vorgestellet werden: wenn man die Zahl selbst für den Zehler und den Einser für den Nenner annimmt. z. E. $\frac{2}{1}$. $\frac{3}{1}$. $\frac{12}{1}$. rc.

§. 191.

§. 191. Zusatz. Noch auf eine andere Art kann man Ganze zu Brüchen machen, wenn man die nämliche Zahl, die die Ganze ausdrückt, auch für den Nenner annimmt. z. E. $\frac{2}{2}$. $\frac{5}{5}$. $\frac{8}{8}$. ꝛc.

§. 192. Anmerkung. Es ist ein Unterschied zwischen der ersten und anderten Art die Ganze als Brüche auszudrücken: denn wer erkennet nicht, daß es zweyerley seye $\frac{2}{1}$ und $\frac{2}{2}$; indem $2:1=2$. aber $2:2=1$? So ist denn zu merken, daß nur die erstere Art die Ganze glat hin zu eben so vielen Theilen mache, als Ganze sind, die zweyte aber nur in Hypothesi. z. E. $\frac{2}{1}$ will sagen, daß ich das Ganze (welches man insgemein 1 heißt) zweymal nehmen solle; hingegen $\frac{2}{2}$ heißt, ich solle das Ganze, welches in Hypothesi schon zwey z. E. Gulden sind, einmal nehmen.

IItes Hauptstück.

Grundlehre von den Brüchen.

§. 193. Postulatum. Eine jede Zahl hat zur anderen eine Verhältniß; weil keine ist, die nicht entweders gleich, grösser oder kleiner seye.

§. 194. 2tens. Wenn ein ganzes eine Zahl ist, so sind auch die Theile etwas von einer Zahl.

§. 195. 3tens. Ein jedes Ganzes, oder eine jegliche Grösse kann ich im Gemüth in so viele Theile abgetheilet mir vorstellen, als es mir beliebet. z. E. einen Gulden kann ich mir vorstellen, daß er aus 2. 3. 4. 5. 6. 15. 20. 60. ꝛc. Theilen bestehe.

§. 196.

§. 196. Ister Lehrsatz. Ein Bruch verhält sich zur Einheit (1) wie sich der Zähler zu dem Nenner verhält, d. i. wenn der Zähler und Nenner eine Zahl sind, so bedeutet der Bruch ein Ganzes ($\frac{3}{3}$) ist der Zehler grösser als der Nenner, bedeudet der Bruch mehr als ein Ganzes ($\frac{3}{1}$) ist aber der Zähler kleiner als der Nenner, bedeutet der Bruch nur etwas von einem Ganzen ($\frac{2}{3}$)

Beweis. Eine jede Zahl hat zur anderen eine Verhältniß (§. 193.) so haben dann auch die Theile zu ihrem Ganzen eine Verhältniß; denn die Theile kann man mit Zahlen ausdrücken, folglich hat auch der Zehler eine Verhältniß zu seinem Nenner: weil jeder Nenner ein Ganzes ist, und der Zehler dessen Theile anzeiget. (§. 187.) Weil nun der Nenner eine Einheit (1) das ist ein Ganzes anzeigt; so verhält sich der Zehler als ein Theil zu ihm wie zu einem Ganzen. Es zeigt aber auch jeder Bruch an, daß von einem gewissen Ganzen gewisse Theile zu nehmen seyen: so hat sich denn der Bruch zu diesem Ganzen, wie der Zehler zu seinem Nenner. W. z. E.

§. 197. IIter Lehrsatz. Wenn ein Zehler eines Bruches einen gleichgültigen Theil seines Nenners ausmachet, als der Zehler eines anderen Bruches von seinem Nenner ausmachet, so sind die Brüche des nämlichen Werthes: die Zahlen mögen hernach groß oder klein seyn.

Z. E. es seyen $\frac{2}{3}$ fl. $\frac{4}{6}$ fl. $\frac{40}{60}$ fl. ꝛc. ins unendliche. Wo 2 ein eben solcher Theil ist von 3. wie 4 von 6 und 40 von 60, ich sage die Brüche gelten eines, nämlich 40 kr.

Item

Item $\frac{2}{4}$ fl. $\frac{4}{8}$ fl. $\frac{8}{16}$ fl. $\frac{7}{14}$ fl. $\frac{50}{100}$ fl. ꝛc. gelten eines, nämlich 30. kr. weil jede Zehler gleichgültige Theile ihrer Nenner sind.

Beweis. Ein Bruch hat sich zur Einheit, wie der Zehler zu seinem Nenner (§. 196.) in unserem Fall nun setzet man die nämliche Einheit (einen Gulden) welche in gewisse Theile zertheilet ist; so haben sich in unserem Fall alle Zehler zur nämlichen Einheit, und zwar in der nämlichen Verhältniß (ex Hypothesi) weil sie lauter gleichgültige Theile vom Nenner seyn müssen. W. z. E.

§. 198. **Zusatz.** Hieraus folget, daß es gleichgültige Brüche gebe. z. E. $\frac{2}{4}$. $\frac{3}{6}$. und man einen gleichgültigen Bruch mit einem anderen vertauschen könne, wenn es bequemer ist; denn der Werth verbleibt. z. E. es ist eines, ob ich schreibe $\frac{100}{200}$ fl. oder $\frac{50}{100}$ oder $\frac{25}{50}$ oder $\frac{1}{2}$ fl. denn überall ist der Zehler das halbe vom Nenner.

§. 199. **IIIter Lehrsatz.** Wenn sowol der Zehler als Nenner des nämlichen Bruches mit einer nämlichen Zahl multipliciret werden, bleibt in beyden Brüchen der vorige Werth. z. E. es seye $\frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{12}$ so sage ich $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$.

Beweis. Wenn zwo Zahlen durch die dritte multipliciret werden; verhält sich das Product des ersten zum Multiplicando, wie der Multiplicator zu 1. und das Product des anderen zu diesem Multiplicando, wie der Multiplicator zu 1 (§. 31.) weil nun in unserem Fall der Multiplicator die nämliche Zahl ist, verhält sich das erste

Pro-

Product zur ersten Zahl, wie das zweyte Product zur zweyten Zahl. So sind dann diese Producte gleichgültige Ganze ihrer Theile: folglich des nämlichen Werthes (§. 198.) w. z. E.

§. 200. **Anmerkung.** Wenn diese Beweise Anfängern zu hart scheinen, weil sie vieles von den Verhältnissen mit einschliessen, kann es genug seyn die Untrüglichkeit der Lehrsätze mit Beyspielen in Ziffern handgreiflich machen. z. E. $\frac{3}{6}$ fl. gelte das nämliche, als wenn man diese beyde Zahlen mit 2. 3. 4. 5. rc. multiplicire, nämlich

$$\frac{3}{6} \times 2 = \frac{6}{12} \text{ und } \frac{3}{6} \times 3 = \frac{9}{18}$$

wieder $\frac{3}{6} \times 4 = \frac{12}{24}$. endlich $\frac{3}{6} \times 5 = \frac{15}{30}$ die Producte

$\frac{3}{6}$. $\frac{6}{12}$. $\frac{9}{18}$. $\frac{12}{24}$. $\frac{15}{30}$. fl. gelten das nämliche.

§. 201. **Zusatz.** Wenn sowol der Zehler als Nenner eines Bruches durch eine nämliche dritte Zahl dividiret wird, bleibt in den Quotis der nämliche Werthe. z. E. $\frac{4}{6} : 2 = \frac{2}{3}$, ich sage $\frac{4}{6}$ habe den Werth von $\frac{2}{3}$ als Quotis. Die Ursach dessen ist, daß im **Dividiren** die Zahlen eben auf solche Weise abnehmen, wie sie im **Multipliciren** wachsen (ex Definitionibus) wie nun der Werth verbleibt, wenn zwo Zahlen auf die nämliche Weise zunehmen (§. 199.) so verbleibt er auch, wenn sie auf gleiche Weise abnehmen.

§. 202. **Anmerkung.** So oft man einen Divisor kann ausfindig machen, der sowol den Zehler als Nenner ohne Bruch dividiret, so oft kann man den Bruch in kleinern Zahlen ausdrücken; weil der nämliche Werth verbleibt (§. 201.) Ja wenn

die-

dieser gemeinschaftliche Divisor der größte ist, das ist, wenn es keine grössere Zahl giebt, die jene beyde ohne Bruch dividiret, so bekömmt man den Bruch in den kleinsten Zahlen mit dem nämlichen Werthe. Die Ursach dessen ist, das, je grösser der Divisor ist, desto kleiner der Quotus werde; weil je grösser iener ist, desto seltner er im Dividendo enthalten ist. z. E. ich habe diesen Bruch $\frac{50}{100}$ fl. ich möchte ihn in kleinern Zahlen haben. Wenn ich ihn mit 2 dividire, bekomme ich $\frac{25}{50}$. mit 5 bekomme ich $\frac{10}{20}$. mit 10 bekomme ich $\frac{5}{10}$. mit 50 bekomme ich $\frac{1}{2}$ als die kleinsten Zahlen eines Bruches, der dem anderen $\frac{50}{100}$ gleich ist.

IIItes Hauptstück.

Aufgaben von verschiedenen Reductionen der Brüchen.

§. 203. Iste Aufgab. Zween Brüche zu einen nämlichen Nenner reduciren, so, daß der Werth der Brüche verbleibe.

Was man begehret, steht hierinn: wenn man zween Brüche hat, in deren einem der Nenner aus wenigern Theilen angenommen worden, als im andern. z. E. $\frac{2}{3}$ fl. und $\frac{3}{4}$ fl. wie man andere zween Brüche finden müsse, daß der Werthe von $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ bleibe; beyde aber einen gleichen Nenner bekommen.

Auflösung. 1mo. Ich multiplicire den Zehler des ersten Bruches in den Nenner des anderen; das Product schreibe ich unter den ersten Bruch:

 also

also $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$
8

2do. Ich multiplicire auf gleiche Weis den Zehler des zweyten Bruches in den Nenner des ersten, und schreibe das Product unter den zweyten Bruch also $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$
8 2

3tio. Multiplicire ich den Nenner des ersten Bruches in den Nenner des zweyten, und schreibe das Product unter vorige Producte also:

$\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$

$\frac{8}{12}$ $\frac{9}{12}$

Beweis. Wenn sowol der Zehler als Nenner eines Bruches durch eine dritte Zahl multipliciret wird, bleibt der vorige Werth. (§. 199.) Dieß geschieht in unserer Auflösung: denn 2 und 3 des ersten Bruches wird mit 4 multipliciret, und komt heraus $\frac{8}{12}$, hernach wird auch 3 und 4 des zweyten Bruches multipliciret mit 3, und kömmt $\frac{9}{12}$. Endlich kömmt der nämliche Nenner heraus, weil das nämliche Product herauskömmt: wenn man sagt 3×4 und wenn man sagt 4×3; das erste geschieht beym ersten Bruch, und das zweyte beym anderen. w. z. E.

§. 204. IIte Aufgab. Mehr als zween Brüche zu dem nämlichen Nenner reduciren.

Auflösung. Einen Zehler, der dem Zehler des ersten Bruches gleich im Werth nach seye, zu bekommen, multiplicire den Zehler des ersten Bruches in den Nenner des anderen, das Product in den Nenner des dritten; das Product in den Nenner des vierten ꝛc.

2.

2. Für den Zehler des zweyten Bruches zu bekommen, multiplicire dessen Zehler in den Nenner des ersten Bruches, das Product in den Nenner des dritten, das Product in den Nenner des vierten ꝛc.

3. Einen gleichgültigen Zehler für den dritten Bruch zu bekommen, multiplicire dessen Zehler in den Nenner des ersten, das Product in den Nenner des anderen, das Product in den Nenner des vierten ꝛc.

4. Endlich einen gleichen Nenner zu bekommen, multiplicire den Nenner des ersten Bruches in den Nenner des zweyten, das Product in den Nenner des dritten, das Product in den Nenner des vierten, ꝛc.

Z. E. $\frac{2}{3} \qquad \frac{8}{5} \qquad \frac{4}{6}$

Ich sage $2 \times 5 = 10$ und $10 \times 6 = 60$, das schreibe ich unter den ersten Bruch

$$\begin{array}{ccc} \frac{2}{3} & \text{—} & \text{—} \\ \frac{60}{} & \text{—} & \text{—} \end{array}$$

Itzt sage ich $8 \times 3 = 24$, und $24 \times 6 = 144$, das schreibe ich unter den zweyten Bruch

$$\begin{array}{ccc} \frac{3}{3} & \frac{8}{5} & \text{—} \\ \frac{60}{} & \frac{144}{} & \text{—} \end{array}$$

Nachdem sage ich $4 \times 3 = 12$ und $12 \times 5 = 60$, das schreibe ich unter den dritten Bruch

$\frac{2}{3}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{4}{6}$
60	144	60

Endlich sage ich $3 \times 5 = 15$, und $15 \times 6 = 90$, das schreibe ich als den gemeinen Nenner unter alle drey Brüche

$$\frac{60}{90} \quad \frac{144}{90} \quad \frac{60}{90}$$

Der Beweis kömmt auf vorigen hinaus, und zwar, daß der Nenner der nämliche seye, ist augenscheinlich; die Ursach dessen ist, weil es eines ist $3 \times 5 \times 6$, oder $5 \times 3 \times 6$ rc. der Werthe bleibt auch der nämliche: weil die nämlichen Zahlen mit den nämlichen multipliciret werden (§. 199.) denn es ist so viel, als ob ich sagte $\frac{2}{3} \times 5 = \frac{10}{15} \times 6 = \frac{60}{90}$ Item: $\frac{8}{5} \times 3 = \frac{24}{15} \times 6 = \frac{144}{90}$. Endlich $\frac{4}{6} \times 3 = \frac{12}{18} \times 5 = \frac{60}{90}$

W. z. E.

§. 205. IIIte Aufgab. Einen Bruch zu kleineren Zahlen zu reduciren

NB. Dieses ist unmöglich, wenn es keinen Divisor giebt, der beyde Zahlen ohne Bruch dividiret; giebt es aber einen,

Auflösung. So nehme ich eine solche Zahl, welche sowol den Zehler als Nenner gerad dividiret,

nach Belieben: und dividire damit beyde. Die Quoti geben mir den Bruch in kleineren Zahlen.

Z. E. $\frac{20}{44} : 4 = \frac{5}{11}$. Item $\frac{49}{63} : 7 = \frac{7}{9}$

§. 206. Zusatz. Alle Zahlen, die gerad ausgehen, lassen sich mit 2 dividiren.

Z. E. $\frac{72}{94} : 2 = \frac{36}{47}$. Item $\frac{98}{100} : 2 = \frac{49}{50}$

§. 207. Zusatz. So oft der Zehler und Nenner entweders auf 0 oder 5 zugleich oder abgewechselt ausgehen, lassen sie sich mit 5 dividiren.

Z. E. $\frac{40}{45} : 5 = \frac{8}{9}$ Item $\frac{95}{105} : 5 = \frac{19}{21}$ Item $\frac{15}{200} : 5 = \frac{5}{40}$

§. 208. Der Beweis dieser Aufgab hängt ab vom (§. 201.)

§. 209. IVte Aufgab. Den größten Divisor zu finden, der sowol den Nenner als Zehler eines Bruches ohne Bruch dividiret.

NB. Die Lateiner heissen es communem mensuram maximam ausfindig machen.

Auflösung. Ich dividire den Nenner des gegebenen Bruches mit dem Zehler: wenn nichts übrig ist, ist der Zehler selbst der gesuchte größte Divisor der Bruchzahlen. z. E. $\frac{8}{16}$. sage ich $16 : 8 = 2$; und weil kein Rest übrig bleibt, so ist 8 der gesuchte Divisor: nämlich $\frac{8}{16} : 8 = \frac{1}{2}$.

2do. Bleibt aber etwas im Rest, so wird der vorige Divisor mit diesem Rest dividiret.

3tio. Und dieses so lang, bis endlich kein Rest

 mehr

mehr übrig bleibt; kömmt man so weit, so ist der letzte Divisor zugleich der Divisor maximus des Bruches. z. E. es seye der Bruch:

$\frac{65}{117}$ ich sage $\frac{117}{65} \{ 1 \dagger \frac{52}{65}$

Weil da ein Rest stehet, sage ich $\frac{65}{52} \{ 1 \dagger \frac{13}{52}$.
Da ist wieder ein Rest: daher sage ich $\frac{52}{13} \{ 4$.
Nun bleibt kein Rest übrig, so ist 13 der gesuchte größte Divisor von 65 und 117.

Beweis. Es giebt keinen grösseren Divisor als der Dividendus ist; weil der Divisor im Dividendo enthalten seyn muß. Nach dieser Methode nun aber geschieht eben so viel, als ob der Zehler mit sich selbst nach und nach dividiret würde: denn in der ersten Division wird 117 mit 65 dividiret, und 65 mit sich selbst dividirt angenommen; weil aber von der ersten Division etwas übrig bleibt, ist es ein Zeichen, daß der Divisor für die erste Zahl zu klein seye: doch ist die grössere Zahl durch die kleinere bis auf den Rest schon dividiret. Folglich kann es für die kleinere Zahl und diesen Rest keinen grössern Divisor geben, als den Rest selber, und so weiters. W. z. E.

§. 210. Anmerkung. Der Hauptgrund dieser Auflösung und Beweises hängt ab von Composition und Division der Grössen, aus dem 7 Buch des Euclidis, welches aber recht zu erklären einen besonderen Tractat erforderte.

§. 211. Vte Aufgab. Einen Bruch zu den kleinsten Zahlen zu reduciren.

Auf-

Auflösung. 1mo. Ich suche für den gegebenen Bruch den größten Divisor (§. 409.)

2do. Mit diesem dividire ich sowol den Zehler als Nenner des gegebenen Bruches.

3tio. Die Quoti sind die kleinsten Bruchzahlen. z. E.

Es solle $\frac{65}{117}$ zu den kleinsten Zahlen reduciret werden. Nach (§. 109.) finde ich, daß 13 der größte Divisor seye.

Itzt sage ich $\frac{65}{117} : 13 = \frac{5}{9}$

Beweis. Je grösser der Divisor ist, desto kleiner ist der Quotus (§. 202.) weil dann der Divisor im unserem Fall der größte ist (§. 209.) so ist der Quotus die kleinste Zahl. W. z. E.

§. 212. VIte Aufgab. Ganze wie einen Bruch ausdrücken.

Auflösung. Ich schreibe unter die Ganze einen Einser, so ist geschehen, was man verlangte z. E. 7. fl. schreibe $\frac{7}{1}$ fl.

Beweis. Wenn der Nenner 1 ist, will man haben, daß so viele Ganze sollen genommen werden, als der Zehler Einser in sich hat (ex definit. Fraction.) eben dieß aber solle man thun. W. z. E.

§. 213. VIIte Aufgab. Einen uneigentlichen Bruch (Spuriam) reduciren.

Auflösung. Ich dividire den Zehler mit dem Nenner, und wenn ein Bruch übrig bleibt, schreibe ich ihn zum Quoto.

Z. E. $\frac{6}{2} = 3$ und $\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$.

Beweis. Eine Fractio spuria ist, wenn der Zehler grösser ist als der Nenner, folglich über ein ganzes ausmachet (ex def. Fract.) wie oft aber ein kleinere Zahl in der grösseren verborgen seye, erforschet man durch die Division. W. z. E.

§. 214. VIIIte Aufgab. Einen Bruch zu einem reduciren, dessen Nenner gegeben wird, doch so, daß der Werth verbleibe.

Auflösung. Ich multiplicire mit dem gegebenen Nenner sowol den Zehler als Nenner des Bruches; hernach dividire ich beyde Producte mit dem Nenner des Bruches: die Quoti sind der verlangte Bruch.

Z. E. der Bruch $\frac{2}{3}$ solle in einen anderen verändert werden, dessen Nenner 6 ist. Ich sage

$\frac{2}{3} \times 6 = \frac{12}{18}$ und $\frac{12}{18} : 3 = \frac{4}{6}$ W. z. T.

Beweis. Wenn beyde Zahlen eines Bruches durch eine dritte Zahl multipliciret werden, bleibt der nämliche Werth. (§. 199.) wie auch, wenn sie durch eine dividiret werden (§. 201.) beydes geschieht in unserer Method; über das, wenn die Division mit entwederen aus den Factoribus geschieht, kömmt der andere Factor heraus (§. 148.) weil nun die Multiplication durch den alten in den neuen Nenner geschehen: und die Division mit dem alten: kömmt der neue Nenner hervor. W. z. E.

§. 215. IXte Aufgab. Einen gebrochnen Bruch (Fractionem fractam) zu einem einfältigen reduciren.

NB.

NB. Ein gebrochner Bruch heißt, der neben seinem Nenner noch einen oder zwoen andere Nenner hat. z. E. $\frac{\frac{2}{3}}{4}$ fl. das heißt $\frac{2}{3}$ von $\frac{1}{4}$ fl.

Auflösung. Die Nenner multiplicire ich in einander, und schreibe den vorigen Zehler darüber, so ist die Sach geschehen. z. E. ich sage $3 \times 4 = 12$. und schreibe $\frac{2}{12} = \frac{\frac{2}{3}}{4}$ fl.

Beweis. $\frac{1}{4}$ fl. ist 15 kr. Und $\frac{1}{3}$ von 15 kr. ist 5 kr. Folglich $\frac{2}{3} = 10$ kr. Nun sind $\frac{2}{12}$ fl. auch 10 kr. denn $\frac{1}{12}$ fl. $= 5$ kr. W. z. E.

IVtes Hauptstück.

Die sogenannten Rechnungs-Species in den Brüchen.

Ister Abschnitt.

Von Addition der Brüche.

§. 216. Iste Aufgab. Brüche addiren, die den nämlichen Nenner haben.

Auflösung. Ich addire die Zehler der gegebenen Brüche in eine Zahl, und schreibe den alten Nenner darunter, so ist geschehen, was ich wollte. z. E. $\frac{2}{4}$ † $\frac{3}{4}$ † $\frac{5}{4}$ $= \frac{10}{4}$

§. 217. IIte Aufgab. Brüche von verschiedenen Nennern addiren.

Auflösung. 1mo. Ich reducire die Brüche zu einem Nenner nach (§. 204.)

2do.

2do. Addire ich die Zehler wie (§. 216.) z. E. $\frac{2}{5} \dagger \frac{3}{7}$ unter einem Nenner $\frac{14}{35} \dagger \frac{15}{35}$. addiret $= \frac{29}{35}$.

§. 218. Zusatz. Du wirst abnehmen, was zu thun seye, wenn entweders ein Ganzes zu einem Bruch solle addiret werden, oder was zu thun, wenn bey den Brůchen Ganze stehen.

Im ersten Fall mache das Ganze zu einen Bruch (§ 212.) 2do. reducire die Brůche unter einen Nenner (§. 204.) 3tio. addire deren Zehler. (§. 216.) z. E. 3 $\dagger \frac{4}{7}$ schreibe $\frac{3}{1} \dagger \frac{4}{7}$. unter einem Nenner $= \frac{21}{7} \dagger \frac{4}{7}$. addirter $= \frac{25}{7}$.

Im zweyten Fall addire die Ganze (§. 12.) und die Brůche wie (§. 216. und 217.) z. E. 3 $\dagger \frac{4}{7} \dagger$ 4 $\dagger \frac{3}{8}$. die Ganze geben 7. die Brůche unter einem Nenner $= \frac{32}{56} \dagger \frac{21}{56}$. und addirter $= \frac{53}{56}$. die ganze Summe 7 $\dagger \frac{53}{56}$.

§. 219. Beweis. Bey der Addition suchet man eine Zahl, die andere Zahlen von der nåmlichen Art in sich einschließt (§. 26.) nun sind die Zehler der Brůche mit dem nåmlichen Nenner Zahlen von der nåmlichen Art. z. E. lauter 3tel, 4tel ꝛc. so ist dann nichts vonnőthen, als die Zehler in eine Summe bringen, was das erste war.

Sind aber die Nenner unterschieden, so sind die Zehler von verschiedener Art: Einer z. E. ist ein 3tel, der andere ein 6tel, darum kåmen in der Summe weder lauter 3tel, weder lauter 6tel; derowegen muß man sie unter einen Nenner bringen, weil der Werth der nåmliche verbleibt (§. 203.) und alsdenn ist der vorige Beweis. Was das zweyte war.

IIter Abschnitt.

Von Subtraction der Brüche.

§. 220. Iste **A**ufgab. Brüche subtrahiren, die den nämlichen Nenner haben.

Auflösung. Ich ziehe den Zehler vom Zehler des anderen ab, den Rest schreibe ich mit dem alten Nenner. z. E. $\frac{7}{8} - \frac{5}{8} = \frac{2}{8}$.

§. 221. IIte **Aufgab.** Einen Bruch vom anderen subtrahiren, wenn die Nenner verschieden sind.

Auflösung. 1mo. Ich reducire den Bruch zu einem Nenner (§. 204.)

2do. Ziehe ich den Zehler vom anderen ab (§. 220.) z. E. $\frac{5}{7} - \frac{4}{8}$ unter einen Nenner $= \frac{40}{56} - \frac{28}{56} = \frac{12}{56}$.

§. 222. IIIte **Aufgab.** Von einem Ganzen einen Bruch subtrahiren.

Auflösung. 1mo. Ich mache das Ganze zum Bruch (§. 212.)

2do. Reducire ich die Brüche zu einem Namen (§. 204.)

3tio. Subtrahire ich den Zehler, und behalte den nämlichen Nenner. z. E. $3 - \frac{5}{8}$. ich schreibe $\frac{3}{1} - \frac{5}{8}$ unter einem Namen $\frac{24}{8} - \frac{5}{8}$ = Rest = $\frac{19}{8}$.

§. 223. IVte **Aufgab.** Von einem Ganzen mit einem Bruch einen Bruch subtrahiren. z. E. $5\frac{4}{8} - \frac{5}{7}$ fl.

Auflösung. Ich addire das Ganze zu seinem Bruch nach dem (§. 218.)

2do.

2do. Die Brüche reducire ich zu einem Namen (§. 204.)

3tio. Subtrahire ich den Zehler von anderen wie (§. 220.)

Z. E. $5\frac{4}{8} - \frac{5}{7} = \frac{5}{1} + \frac{4}{8} - \frac{5}{7} = \frac{40}{8} + \frac{4}{8} - \frac{5}{7} = \frac{44}{8} - \frac{5}{7} = \frac{308}{56} - \frac{40}{56} = \frac{268}{56}$.

§. 224. Der Beweis ist der nämliche, wie bey der Addition (§. 219.)

IIIter Abschnitt.

Von Multiplication der Brüche.

§. 225. Universal Regel. Brüche werden in Brüche multipliciret, wenn man die Zehler mit den Zehlern, und die Nenner mit den Nennern multipliciret. z. E. $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$

Beweis. Wenn $\frac{3}{4}$ mit 2 multiplicirt würde, käme $\frac{6}{8}$. Es wird aber begehrt, daß $\frac{3}{4}$ nur mit dem halben 2 multipliciret werde, so muß dann das Product auch nur das halbe seyn; nämlich anstatt $\frac{6}{8}$ muß kommen $\frac{3}{8}$ dieß geschieht in unserer Method. w. z. E.

§. 226. Anmerkung. In dem Bruch eines Guldens kann dieses ganz klar erwiesen werden, von $\frac{2}{3}$ eines fl. solle genommen werden $\frac{4}{5}$. ich multiplicire die Brüche $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15} = 32$ kr. denn was sind $\frac{2}{3}$ fl? 40 kr. Was ist von 40 kr. ein 5tel? 8 kr. Folglich sind $\frac{4}{5} = 32$. kr. denn $8 \times 4 = 32$.

§. 227. Iste Aufgab. Einen glatten Bruch mit einem andern multipliciren.

Auf-

Auflösung. Ich multiplicire den Zehler in den Zehler, und den Nenner in den Nenner. z. E. $\frac{7}{8} \times \frac{8}{9} = \frac{56}{72}$.

§. 228. IIte Aufgab. Ein Ganzes mit einem Bruch multipliciren.

Auflösung. Unter das Ganze schreibe ich einen Einser, und würke wie (§. 227.) z. E.
$8 \times \frac{4}{7}$ ich schreibe $\frac{8}{1} \times \frac{4}{7} = \frac{32}{7}$.
Item $\frac{7}{8} \times 7$ ich schreibe $\frac{7}{8} \times \frac{7}{1} = \frac{49}{8}$.

§. 229. IIIte Aufgab. Ein Ganzes mit einem Bruch durch einen Bruch multipliciren.

Auflösung. Ich addire das Ganze zu seinem Bruch (§. 218.) hernach handle ich nach (§. 227.)
Z. E. $7 \dagger \frac{3}{8} \times \frac{6}{8} = \frac{59}{8} \times \frac{6}{8} = \frac{354}{64}$.

§. 230. IVte Aufgab. Ein Ganzes mit einem Bruch durch ein Ganzes mit einem Bruch multipliciren.

Auflösung. Beyderseits addire ich das Ganze zu seinem Bruch (§. 218.)
2do. Nachdem operire ich wie (§. 227.)
Z. E. $2\frac{3}{5} \times 3\frac{4}{7} = \frac{13}{5} \times \frac{25}{7} = \frac{325}{35}$.

§. 231. NB. Hüte dich, daß du die Ganze insonderheit, und die Brüche wieder absonderlich multiplicirest; denn es heißt nicht: man solle 2 mit 3 sonder mit 3 $\frac{4}{7}$ zusamm multipliciren ꝛc.

§. 233. Vte Aufgab. Ein Ganzes durch ein Ganzes mit einem Bruch multipliciren.

Auf-

Auflösung. Ich addire das Ganze zu seinem Bruch (§. 218.)

2do. Schreibe ich unter das erste Ganze einen Einser.

3tio. Handle ich nach (§. 227.)

Z. E. $8 \times 4\frac{3}{7}$ ich schreibe $\frac{8}{1} \times 4\frac{3}{7} = \frac{8}{1} \times \frac{31}{7} = \frac{248}{7}$

§. 233. Zusatz. Eben auf solche Art verfährt man, wenn ein Ganzes mit einem Bruch durch ein Ganzes solle multipliciret werden. z. E. $2\frac{3}{5} \times 4$. ich schreibe $2\frac{3}{5} \times \frac{4}{1} = \frac{13}{5} \times \frac{4}{1} = \frac{52}{5}$.

§. 234. Anmerkung. Zweyerley Ursachen sind, daß ein Bruch multipliciret werde. 1stens, wenn er glathin öfters soll genommen werden. z. E. $\frac{3}{5}$ solle 4mal genommen werden., giebt $\frac{15}{2}$.

2tens, wenn man wissen will, was ein Bruch eines Bruches gelte z. E. was $\frac{2}{3}$ von $\frac{4}{5}$ fl. seye, nämlich $\frac{8}{15}$ fl.

IVter Abschnitt.

Von Division der Brüche.

§. 235. Universal Regel. Die Division der Brüche geschieht, wenn man die Zahlen in Fractione Divisore umkehret, und hernach den Nenner in den Nenner und den Zehler in den Zehler multipliciret. z. E. $\frac{3}{4} : \frac{5}{8}$ ich schreibe $\frac{3}{4} \times \frac{8}{5} = \frac{24}{20}$.

Beweis. Bey Division eines Bruches durch den anderen möchte man wissen, wie vielmal der

in dem anderen enthalten seye. (§. 36.) Nun enthält ein Bruch den andern von gleichem Nenner auf solche Art, wie der Zehler den Zehler enthält. Wenn man nun aber den Divisor umkehrt, wird der Zehler des ersten Bruches durch den Nenner des anderen multiplicirt, und der Zehler des anderen durch den Nenner des ersten, eben wie, wenn man die Brüche zu gleicher Benennung bringet (§. 203.) so erwachsen dann beyde Zahlen, welche zu dividiren sind, wenn man den Divisor umkehrt, und die Zahlen multipliciret. w. z. E.

§. 236. **Anmerkung.** Den Beweis klar zu machen seye $\frac{3}{4} : \frac{5}{8}$ reducirt $\frac{24}{32} : \frac{20}{32}$ nun ist der Quotus zu 1. wie $\frac{24}{32} : \frac{20}{32}$ oder wie $\frac{24}{20}$ eben jene Zahlen, die auf ersagte Methode herauskommen.

§. 237. **Iste Aufgab.** Einen Bruch durch einen anderen dividiren.

Auflösung. Ich kehre den Divisor um, und multiplicire z. E. $\frac{2}{4} : \frac{3}{5}$. ich schreibe $\frac{2}{4} \times \frac{5}{3} = \frac{10}{12}$.

§. 238. **IIte Aufgab.** Einen Bruch durch ein Ganzes dividiren.

Auflösung. 1mo. Unter das Ganze schreibe ich einen Einser.

2do. Kehre die Zahlen um, wie (§. 235.)

3tio. Und multiplicire die Nenner in einander, und die Zehler wieder. z. E. $\frac{3}{8}$: 8. ich schreibe $\frac{3}{8} : \frac{8}{1}$ umgekehrt $= \frac{3}{8} \times \frac{1}{8} = \frac{3}{64}$.

§. 239. **IIIte Aufgab.** Ein Ganzes samt einem Bruch durch ein Ganzes dividiren.

Auf=

Auflösung. 1mo. Das Ganze addire ich zu seinem Bruch (§. 218.)

2do. Unter den Divisor schreibe ich einen Einser.

3tio. Diese Zahlen des Divisoris kehre ich um.

4to. Und multiplicire wie (§. 235.)

Z. E. $2\frac{4}{7} : 8 = \frac{18}{7} : \frac{8}{1} = \frac{18}{7} \times \frac{1}{8} = \frac{18}{56}$.

§. 240. IVte Aufgab. Ein Ganzes samt einem Bruch durch ein Ganzes mit einem Bruch dividiren.

Auflösung. Ich addire beyderseits das Ganze zu seinem Bruch. (§. 218.)

2do. Kehre den Divisorem um. (§. 235.)

3tio. Und multiplicire nach (§. 225.)

Z. E. $3\frac{4}{6} : 2\frac{5}{7} = \frac{22}{6} : \frac{19}{7} = \frac{22}{6} \times \frac{7}{19} = \frac{154}{114}$.

Vtes Hauptstück.

Eben diese Rechnungs Species der Brüchen Algebraisch.

§. 241. Die Regeln sind da eben die nämlichen, welche von den Brüchen in Ziffern gegeben worden. Derowegen wird ich mich nur allzeit auf vorgehende §§. bewerfen.

§. 242. Iste Aufgab. Zwoen Brüche zu einer Benennung reduciren, z. E. diese $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$

Auf-

Auflösung. (§. 203.) $\frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd}$ Item $\frac{x}{u} +$
$\frac{z}{y} = \frac{xy}{uy} \times \frac{uz}{uy}$

§. 243. IIte Aufgab. Mehrere Brüche unter einen Nenner zu bringen. z. E. diese $\frac{a}{d} + \frac{b}{e} + \frac{e}{f}$

Auflösung. (§. 204.) $\frac{aef}{def} + \frac{bdf}{def} + \frac{cde}{def}$

§. 244. IIIte Aufgab. Brüche addiren. z. E. $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$

Auflösung. (§. 217.) $\frac{ad + bc}{bd}$. Item $\frac{x}{z} +$
$\frac{y}{u} = \frac{xu + yz}{uz}$

§. 245. IVte Aufgab. Einen Bruch z. E. $\frac{a}{b}$ von $\frac{b}{c}$ subtrahiren.

Auflösung. (§. 221.) $\frac{bb - ac}{bc}$. Item $\frac{x}{z} -$
$\frac{u}{y} = \frac{xy - uz}{yz}$

§. 246. Vte Aufgab. Einen Bruch z. E. $\frac{a}{b}$ mit $\frac{b}{c}$ multipliciren.

Auflösung. (§. 225.) $\frac{ab}{bc}$ Item $\frac{x}{z} \times \frac{y}{u} = \frac{xy}{zuz}$

§. 247. VIte Aufgab. Einen Bruch z. E. $\frac{a}{b}$ mit $\frac{b}{c}$ dividiren.

Auflösung. (§. 235.) $\frac{ac}{bb}$. Item $\frac{z}{y} : \frac{u}{x} = \frac{zx}{uy}$.

IVtes Hauptstück.

Von Decimal Brüchen.

§. 248. Willkürlicher Satz. Jedes Ganzes kann man sich einbilden, daß es aus 10 Theilen bestehe, und einen jeden dieser Theile kann man sich vorstellen, daß er 10 andere Theile habe, und so weiters.

§. 249. Zusatz. Hieraus erfolget, daß im ersten Fall das Ganze 10 Theile habe: im zweyten aus 100 Theilen bestehe: im dritten aber 1000 in sich fasse; denn 1 × 10 = ist 10, und 10 × 10 = 100, und 100 × 10 = 1000. ꝛc.

§. 250. Anmerkung. Z. E. Eine Geometrische Meßruthe ist ein Ganzes. Wir wollen setzen, sie seye in 10 Theile getheilet, welche wir Schuh nennen. Jtzt wollen wir uns einbilden, jeder Schuh seye wieder in 10 Theile getheilet, welche wir Zolle heissen. Endlich wollen wir uns einbilden, jeder Zoll seye in 10 Theile getheilet, welche man Linien benamset. So hat im ersten Fall die ganze Meßruthe 10 Schuh, im anderten hat sie 100 Zolle: im dritten machet sie 1000 Linien, wie dieses mit vor Augenlegung eines verjüngten Maßstabes (Scalæ Geometricæ) kann handgreiflich gemachet werden.

§. 251. IIte Anmerkung. Es folget daraus, daß es eines seye, ob ich sage 1 Ruthe, oder 10 Schuh, oder 100 Zolle, oder 1000 Linien. Item ist es eines 2 Ruthen oder 20 Schuh, oder 200 Zolle oder 2000 Linien ꝛc. denn es heißt soviel als $\frac{10}{10}$ $\frac{100}{100}$ $\frac{20}{10}$ $\frac{200}{100}$ ꝛc.

§. 252. IIter Zusatz. Ich beobachte, daß wenn z. E. eine Ruthe, als ein Ganzes nicht ganz, sonder nur etliche Theile derselben zugegen sind, man dieses in einem Decimal Bruch ausdrücken könne: dessen Nenner 10 oder 100 oder 1000 ꝛc. seye, nachdem ich die Theile des Ganzen in groß- oder kleinere Theile abgetheilet mir vorbilde. z. E. eine hal-

Passau

be Meßruthe oder 5 Schuh kann ich also ausdrücken $\frac{5}{10}$ $\frac{50}{100}$ $\frac{500}{1000}$ $\frac{5000}{10000}$. 2c. und 6 Schuh kann ich so vorstellig machen $\frac{6}{10}$ $\frac{60}{100}$ $\frac{600}{1000}$ 2c.

§. 253. **Erklärung.** Ein Decimal Bruch nun ist jener, dessen Nenner allzeit das zehenfache ist von einem Theil des Zehlers.

§. 254. **Willkürlicher Satz.** Anstatt daß man allezeit den Nenner unter die Decimal Theile schreibe, kann man mit Strichlein anzeigen, in was für Theile das Ganze zerbrochen seyn solle z. E. anstatt $\frac{2}{10}$ kann ich schreiben: $2'$; anstatt $\frac{2}{100}$ kann man schreiben $2''$, und so weiters, also daß man zum Zehler soviel Strichlein schreibe, als der Nenner Nullen hätte. So ist denn eines: schreiben $2\frac{3}{10}$ oder $2.\,3'$. Item $4\frac{5}{100}$ oder $4.\,0'5''$. Item $6\frac{8}{1000}$ oder $6\;0'0''8'''$ wenn man nur dorthinein Nullen setzet, wo keine Decimal Theil stehen; denn es heißt eben soviel als z. E. 4 Ganze † $\frac{0}{10}$ † $\frac{5}{100}$.

§. 255. **Zusatz.** Wenn nun mehrerley Decimal-Theile beyeinander zu stehen kommen, schreibt man sie also z. E. $12.\,3'\,5''\,8'''$ denn es heißt eben das, als 12 Ganze $\frac{3}{10}$ † $\frac{5}{100}$ † $\frac{8}{1000}$ (§. 254.) noch kürzer schreibt man es also: $12.\,358'''$.

§. 256. **Iste Aufgab.** Decimal Brüche addiren.

Auflösung. Man schreibt die Theile also untereinander: das Ziffer mit gleichen Decimal Zeichen unter einander stehen.

2do. Addiret man die Ziffer wie sonst (§. 61.)

3tio.

3tio. Schreibt man das nämliche Zeichen zum letzten z. E. 23, 6437''''

5, 5342''''

29, 1779'''' Summe.

Beweis. Auch bey der gemeinen Addition erwachsen die Ziffer nach zehenfachen Werth (§. 40.) da nun bey Decimal Zahlen eben dieses geschehen muß (denn 10 Linien sind 1 Zoll, 10 Zoll sind ein Schuh; 10 Schuh sind 1 Ruthe) darf man die Zahlen nur glat hin addiren. w. z. E.

§. 257. IIte Aufgab. Einen Decimal Bruch vom anderen subtrahiren.

Auflösung. Man schreibt die Ziffer von gleichen Zeichen wieder unter einander.

2do. Subtrahiret man die untere von den oberen Ziffern, wie in der gemeinen Subtraction, und

3tio. Behält auch die nämlichen Zeichen, wenn ein Rest übrig ist. z. E. 43, 324'''

8, 732'''

34, 592''' Rest.

Der Beweis beruht auf dem nämlichen Grund, daß die Ziffer schon von sich selber nach zehenfachen Werth anwachsen (§. 40.) so darf man dann in Decimal Zahlen wie in gemeinen würken. Es ist aber auch sonnenklar, daß, wenn etwas übrig bleibt, man es in seiner Art ausdrücken müsse. w. z. E.

§. 258. IIIte Aufgab. Decimal Brüche multipliciren.

Auflösung. Man multipliciret die Ziffer wie in der gemeinen Multiplication.

2do. Die Strichlein oder Decimal Zeichen addiret man.

3tio. Und schreibt die Summe zur letzten Zahl des Products z. E. 32,75''
89,46'' Multiplicator.

```
        19650
       13100
      29475
     26200
     ________________
     292981 50'''' = das Product.
```

Beweis. Die Ziffer wachsen in Decimal Rechnungen, wie in gemeinen (§. 40.) so kann man die Multiplication auch da, wie sonst verrichten. Was aber die Decimal Zeichen anbetrift, so ist 32,72'' × 89,46'' eben so viel, als ob $\frac{3275}{100}$ mit $\frac{89,46}{100}$ multipliciret würde (§. 254.) Nun aber giebt 100 × 100 im Product 10000. (§. 64.) und bey Decimal Ausdrückungen macht man so viel Strichlein als Nullen im Nenner wären (§. 254.) so darf man denn nur die Strichlein addiren. w. z. E.

§. 259. IVte Aufgab. Decimal Brüche dividiren.

Auflösung. Man dividirt die Ziffer, wie sonst.

2do. Die Decimal Zeichen des Divisoris werden von jenen des Dividendi subtrahiret.

3tio.

3tio. Und der Rest zum Quoto geschrieben.

$$\text{Z. E. } 3,44352'''''$$
$$96''$$

Ist der Quotus $3,587'''$

Beweis. Wenn man $344352'''''$ mit $96''$ dividiret, ist es eben so viel als $\frac{344352}{100000} : \frac{96}{100}$ (§.254.)

Nun aber giebt diese letzte Division im Quoto $\frac{3587}{1000}$ (§.75.) das ist $3587'''$ (§.255.) w. z. E.

Zusatz. Durch die Decimal Brüche kann man machen, daß eine kleinere Zahl durch eine grössere dividiret werde: wenn man dem Dividendo etliche Nullen beysetzet. Es ist aber zu merken: daß wenn man ein Nulle beysetzet, alsdenn der Quotus lauter 10te Theile des Divisors enthalte, und wenn man zum Dividendo zwey Nullen setzet, so hält der Quotus lauter 100te Theile des Divisoris in sich, und so weiters. z. E. 32 : 160. ich schreibe $\frac{320}{160}$ der Quotus ist 2

das ist $\frac{2}{10}$ von 160, oder $\frac{1}{5} = 32$.

§. 261. Vte Aufgab. Jeden Bruch in einen Decimal Bruch veränderen.

Auflösung. Zum Zehler setze so viele Nullen, als vonnöthen sind, daß er vom Nenner glathin könne dividiret werden; oder wenn dieß nicht möglich ist, setze so viele Nullen, als es dir beliebt.

2do. Nachdem dividire diesen mit Nullen vermehrten Zehler durch den Nenner.

3tio. Der herauskommende Quotus lößt die Frage auf. z. E. $3\frac{1}{4}$ seye in einen Decimal Bruch zu veränderen. Ich mache erstlich einen glatten Bruch $\frac{13}{4}$

Nun setze ich zum Zehler z. E. 2 Nullen $\frac{1300''}{4}$

und dividire den Zehler mit dem Nenner 1300″ : 4 = 325″, oder $\frac{325}{100}$.

$$\text{Item } 3\frac{2}{3} = \frac{11}{3} \cdot \frac{110000''''}{3} = \frac{36666}{10000} + \frac{2}{30000} = 36666'''' + \frac{1}{15000}$$

Rechenkunst.

IVtes Buch. Von Verhältnissen, Proportionen, Progreßionen.

Ites Hauptstück.

Definitiones. Erklärungen.

§. 262. Eine Verhältniß (Ratio) bestehet in dem, wie sich zwo Grössen gegen einander der Gleich- oder Ungleichheit nach verhalten.

§. 263.

§. 263. Zusatz. Aus welchem erfolget, daß zu jeder Verhältniß zwo Grössen vonnöthen seyen. Diese Grössen heißt man Glieder (Terminos) der Verhältniß.

§. 264. Jenes Glied, welches zum anderen verglichen wird, heißt antecedens, dieses aber consequens.

§. 265. Zusatz. Wenn die Glieder einer Verhältniß nicht gleich sind, so ist bisweilen das antecedens grösser als das consequens. z. E. wenn ich 6 zu 4 vergleiche; bisweilen aber ist Terminus antecedens kleiner als consequens. z. E. in der Verhältniß 3 zu 5. Die erste heißt Ratio majoris inæqualitatis. Die zweyte Ratio minoris inæqualitatis.

§. 266. Anmerkung. Weil jedes grössere Glied das kleine in sich hält, derowegen kann man jenes als ein ganzes, dieses aber als Theile jenes ansehen.

§. 267. Was Pars aliquanta, oder aliquota, Pars similis ꝛc. seye, siehe (§. 179. 180. 181. 182. 183.)

§. 268. Eine arithmetische Verhältniß (Ratio arithmetica) ist die Verhältniß zweyer Glieder nach ihrer Differenz. z. E. wenn ich wahrnehme, daß 4 von 6 um 2 differiren, heißt die Verhältniß 4 zu 6 eine arithmetische Verhältniß.

§. 269. Eine geometrische Verhältniß (Ratio geometrica) ist die Verhältniß zweyer Glieder nach dem Innhalt eines in dem anderen. z. E. wenn ich wahrnehme, daß 4 in 12 dreymal enthalten

seye,

seye, so heißt die Verhältniß 4 zu 12 eine geometrische Verhältniß.

§. 270. Jene Zahl, welche andeutet, wie eine Grösse in der anderen enthalten ist nach geometrischer Verhältniß, heißt exponens rationis, der Exponent. z. E. im vorigen ist der Exponent 3.

§. 271. Eine Proportion (Proportio) ist die Aehnlichkeit von mehrer Verhältnissen; wenn nun jene Verhältnissen, die einander ähnlich sind, arithmetische sind, so ist die Proportion auch arithmetisch; sind aber jene geometrisch, entsteht auch eine geometrische Proportion. z. E. 2 und 5. Item 7 und 10 machen eine arithmetische, Proportion: weil die erste Verhaltniß eben jene Differenz hat, wie die zweyte. Hingegen 2 und 4. Item 6 und 12 sind eine geometrische Proportion: weil das erste Glied in dem zweyten beyderseits gleich, das ist, 2mal enthalten ist.

§. 272. Zusatz. In jeder Proportion sind wenigst der Gleichgültigkeit nach 4 Glieder anzutreffen; denn es müssen zwo Verhältnissen da seyn, jede Verhältniß aber muß zwey Glieder haben. (§. 263.)

§. 273. 2ter Zusatz. In jeder Proportion sind zwey antecedentes, und zwey consequentes (§. 264. und 272.)

§. 274. Eine Proportio heißt continua, die andere discreta. Proportio continua ist, wenn das consequens der ersten Verhältniß zugleich das ante-

tecedens der zweyten ausmachet z. E. 2. 4 4. 6 oder geometrisch 2. 4 4. 8.

Discreta ist, wenn lauter verschiedene Glieder da sind. z. E. arithmetisch 2. 4 6. 8.
geometrisch 2. 4 3. 6.

§. 275. Termini extremi oder extrema heissen in einer Proportion das erste und letzte Glied, die entzwischen stehende heissen medii. z. E. 2. 4. 6. 8. da heissen 2 und 8 extrema, 4 und 6 media.

§. 276. Eine Proportion umkehren (invertere) nennet man, wenn man die Glieder der Verhältnissen also setzet, daß die antecedentes consequentes werden. z. E. 2. 4 6. 12. invertendo = oder umgekehrt 4. 2 12. 6.

§. 227. Eine Proportion verwechseln (alternare) nennet man, wenn das antecedens der zweyten Verhältniß zum consequens der ersten und das consequens der ersten zum antecedens der zweyten Verhältniß wird. z. E. 7. 14 5. 10. alternando oder verwechselt 7. 5 14. 10.

§. 278. Proportio per compositionem heißt, wenn man in beyden Verhältnissen die consequentes zu den antecedentibus addiret. z. E. 8. 4 12. 6. componendo 8 + 4. 4 12 + 6. 6.

§. 279.

§. 279. Proportio per divisionem heißt, wenn man in beyden Verhältnissen die antecedentes ohne ihren consequentibus annimmt. z. E. 16 . 12
8. 6. dividendo 16 – 12. 12. 8 – 6. 6.

§. 280. Progressio ist eine Reihe etlicher ununterbrochener Verhältnissen: eine heißt arithmetisch, wenn die Verhältniß arithmetisch ist. z. E. 3. 6. 9. 12. 15. die geometrische ist, wenn die Verhältniß geometrisch ist. z. E. 2. 4. 8. 18. 32.

§. 281. Progressio crescens (eine zunehmende Progreßion) heißt, wenn die Glieder immer zu grösser werden. z. E. 2. 4. 6. 8. 10. Decrescens aber, oder die absteigende ist, wenn die Glieder immerhin abnehmen. z. E. 12. 10. 8. 6 4.

§. 282. Eine zusamm gesetzte Verhältniß (Ratio composita) nennet man, wenn ein Glied aus denen inzwischen stehenden Verhältnissen entstehet. z. E. 12 ist in ratione composita von 3: weil es aus den inzwischen stehenden Verhaltnissen entstehet, also: 12. 6. 3. das ist, es entstehet 12 aus
3 X 2 X 2. 2. 2

§. 283. Ratio dupplicata heißt, wenn die entzwischen stehenden Verhältnissen zwey sind, wie im vorigen Exempel; denn 12 ist zweymal das doppelte von 3, das ist das vierfache.

§. 284. Hieraus erhellet, was Ratio tripplicata &c. seye. z. E. 54 ist in ratione tripplicata von 2; denn 54. 18. 6. 2, das heißt 54 ist 3mal das
3. 3. 3
3fache, oder das neunfache gegen dem 2er.

§. 285. Anmerkung. Ein anders ist Ratio duppli, trippli rc. als Ratio dupplicata, tripplicata; denn z. E. das dupplum von 2 ist 4. Ratio dupplicata aber von 2 ist 8 nämlich 2. 4. 8.
2. 2.
Item 6 ist das tripplum von 2, 54 aber ist ratio tripplicata ex §. 284. Es entstehet nämlich Ratio duppli, trippli rc. aus einer einzigen Multiplication. Ratio dupplicata, tripplicata rc. aber aus öfteren.

IItes Hauptstück.

Hypotheses. Willkürliche Sätze.

§. 286. Wenn zwischen zwoen Grössen oder Zifferen ein Comma (,) gesetzet wird, so will man andeuten, daß man dieselben nach der arithmetischen Verhältniß ansehe. z. E. 2, 3 man spricht es also aus: 2 ist zu 3 oder 2 hat sich zu 3.

§. 287. Eine arithmetische Proportion auszudrücken setzt man zwischen den beyden Verhältnissen 3 Puncten (·.·) z. E. 2, 4 ·.· 5, 7. Man sagt also: wie sich hat 2 zu 4, so hat sich 5 zu 7. verstehe nach der Differenz.

§. 288. Eine geometrische Verhältniß auszudrücken setzt man zwischen die Glieder duo Puncta (:) z. E. 2:4. Man spricht also, wie sich hat 2 zu 4.

§. 289. Eine geometrische Proportion vorstellig zu machen, setzt man zwischen den Verhältnissen

sen 4 Puncten, oder 2 Querchstriche z. E. 2 : 4 : : 3 : 6. oder 2 : 4 = 3 : 6. das heißt, wie sich hat 2 zu 4 so hat sich 3 zu 6 geometrisch.

§. 290. Daß eine Progreßion eine arithmetische Progreßion seye, anzuzeigen setzt man dieses Zeichen voraus ÷ z. E. ÷ 2, 4, 6, 8, 10.

§. 291. Eine geometrische Progreßion anzuzeigen setzt man dieses Zeichen ∺ z. E. ∺ 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 :

IIItes Hauptstücke.

Axiomata. Grundsätze.

§. 292. I. Was dem andern gleich ist, ist nach der Gleichgültigkeit das andere selber. z. E. weil 6 = 3 † 3 so ist 6 nach der Gleichgültigkeit (in der Mathematik aber giebt man sonst auf nichts acht als auf den Gehalt der Grössen) 3 † 3. gewiß eine ganze Carolin ist nach seiner Gleichgültigkeit 2 halbe Carolinen.

§. 293. II. Für gleiche Grössen kann man gleiche nehmen: denn weil sie eines sind (§. 292.) so sind sie das nämliche. Es ist eines, ob ich einem einen Marxdor oder 2 halbe Marxdor gebe.

§. 294. III. Gleiche Grössen haben zur dritten die nämliche Verhältniß: denn das nämliche hat auch die nämliche Verhältniß; gleiche Grössen sind aber das nämliche (§. 292.) also ist 1. fl. ein 11ter Theil von einem Carolin, und 2 halbe Gulden sind auch ein 11ter Theil eines Carolins.

§. 295. IV. Wenn zwo Grössen zu einer dritten die nämliche Verhältniß haben, so sind sie einander gleich: denn eine nämliche Verhältniß kann keine Grösse haben, als die nämliche; so müssen sie dann einander gleich groß seyn. Also weil 1 fl. und 2 halbe Gulden der 6te Theil von 6 fl. sind, derowegen sind sie einander gleich.

§. 296. V. Zwey ähnliche Verhältnissen gegen einer dritten Grösse sind auch unter einander ähnlich: denn damit eine Verhältniß der anderen ähnlich seye, ist vonnöthen, daß ihre Theile ähnlich seyen; sind aber die Theile ähnlich, sind auch die Ganze ähnlich. z. E. weil [2 : 4 zu 3 : 6 ist
wie [4 : 8 zu 3 : 6
So ist auch 2 : 4 : : 4 : 8.

§. 297. VI. Gleiche Verhältnissen kann man für andere setzen, ohne daß die Proportion verstöret werde: denn weil die Proportion entstehet, wenn gleiche Verhältnisse zusamm gesetzet werden (§. 271.) so muß die nämliche Proportion verbleiben. z. E. Es ist die nämliche Proportion 2 : 4 : : 6 : 12
2 : 4 : : 3 : 6
und wenn man die gleichen Verhältnissen versetzet: also 6 : 12 : : 3 : 6.

§. 298. VII. Verhältnissen, die den nämlichen Exponenten haben, sind ähnlich (§. 270.) z. E.
2 : 6 Exponent 3
4 : 12 Exponent 3

§. 299. VIII. Verhältnissen, die den nämlichen Exponenten haben, sind in einer Proportion: denn eine Proportion entsteht aus Aehnlichkeit der Verhält-

hältnissen: die Exponenten aber zeigen die Verhältnissen an (§. 270.) z. E. 2 : 6 und 4 : 12 sind in einer Proportion, weil sie den nämlichen Exponenten 3 haben.

IVtes Hauptstück.

Theoria. Grundlehre der arithmetischen Proportion.

Ister Lehrsatz.

§. 300. In jeder arithmetischen Proportion ist die Sume der äussersten Glieder gleich der Summe der mittleren Glieder. z. E. 7, 9 . . 3, 5. Ich sage 7 † 5 seye = 9 † 3.

Beweis. In einer arithmetischen Verhältniß ist das grössere Glied nichts anders, als das kleinere samt der Differenz: weil aber bey einer Proportion zwey Verhältnissen seyn müssen, so folget, daß auch bey dieser das grössere Glied das kleinere mit der Differenz seye. So ist denn das zweyte Glied nichts anders als das erste mit der Differenz, und das vierte ist das dritte mit der Differenz. Nun hat die Summe der äussersten Glieder das erste Glied, und das dritte mit einer Differenz; gleichwie die Summe der mittleren Glieder das erste Glied, eine Differenz, und das dritte Glied in sich, diese aber sind gleich. w. z. E.

§. 201. Anmerkung. Algebraisch wird dieses augenscheinlich.

Es

Es seye das erste Glied b. die Differenz d. so ist die

		I	II		III	IV.
Proportion		b ,	b † d	∴	z ,	z † d

die Sume I † IV = b † z † d
die Sume II † III = b † z † d

§. 302. Zusatz. In einer arithmetica continua proportione ist die Summe zweyer gleich weit von einem mittlern Glied entferneten Glieder gleich dem doppelten des mittlern Gliedes.

Beweis. Das mittlere Glied ist proportional (ex casu) folglich wird es doppelt genommen (§. 274.) denn 2 , 4 , 6 ist so viel als 2 , 4 ∴ 4 , 6. oder algebraisch a , a † b ∴ a † b , a † 2 b. So ist dann die Summe des ersten † 4ten = der Summe des 2ten † 3ten Gliedes (§. 300.) d. ist, 2 † 6 = 4 † 4 oder a † a † 2 b = a † b † a † b. Es ist aber 4 † 4 oder 2 a † 2 b das doppelte von 4 oder von a † b. w. z. E.

§. 303. Zusatz. Wenn die Summe der äussersten Glieder der Summe der mittleren gleich ist, so stehen die Glieder in Proportion; denn zieht man vom 2ten das erste, und vom 4ten das 3te Glied, (in einer wachsenden Proportion) bleibt die nämliche Differenz. So sind sie in einer arithmetischen Proportion. (§. 271.) z. E. b , b † d ∴ z , z † d.
Nun ist b † d — b = d
z † d — z = d

IIter Lehrsatz.

§. 304. In jeder arithmetischen Progreßion ist die Summe des ersten und letzten Gliedes multipliciret durch die halbe Anzahl der Menge der

Glieder gleich der Summe aller Glieder zugleich. z. E ∸ 2, 4, 6, 8, 10, 12. die Summe des ersten † letzten Glieds ist = 14.
Glieder sind in allen 6. die halbe Anzahl 3.
Ich sage 14 × 3 seye gleich 2 † 4 † 6 † 8 † 10 † 12 = 42.

§. 305. **Beweis.** Das erste und letzte Glied ist gleich dem 2ten † vorletzten, item dem 3ten † drittletzten (§. 300.) Wenn nun aber die Glieder zu zwey und zwey genommen werden: so nimmt ihre Anzahl um halben Theil ab, folglich, wenn man die Multiplication mit der halben Anzahl verrichtet, kommen alle Glieder zugleich heraus. w. z. E.

§. 306. **Zusatz.** Eben dieß geschieht, wenn man die halbe Summe des ersten † letzten Gliedes mit der ganzen Anzahl der Menge der Glieder multipliciret; denn es kömmt das nämliche Product, wenn man den ganzen Multiplicandum durch den halben Multiplicator, oder den halben Multiplicandum durch den ganzen Multiplicator multipliciret; denn 2 b × 2 d giebt 4 b d. Halbire ich 2 b und multiplicire b mit 2 d ist das Product 2 b d; halbire ich aber das andere, und multiplicire 2 b mit d ist das Product auch 2 b d.

IIIter Lehrsatz.

§. 307. In einer jeden arithmetischen Progreßion, wenn die Anzahl der Menge der Glieder um eines vermindert mit der Differenz multipliciret, und das Product zum ersten Glied addiret wird; ist die Summe dem letzten Glied gleich. z. E.

∸ 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15.
die Differenz ist = 2.

die

die Anzahl der Glieder 7. eines weg 6.
das erste Glied ist 3.
Ich sage 6 × 2 † 3 ist gleich dem siebenden Glied 15.

Beweis. In jeder arithmetischen Progreßion ist das grössere Glied nichts anders, als das nächst kleinere † der Differenz: so sind denn so viel Differenzen zugegen, als Glieder sind, das erste ausgenommen, welches keine Differenz hat. Das andere aber ist das erste und eine Differenz: das 3te ist das andere † 1 Differenz oder das erste † 2 Differenzen; folglich ist das siebende Glied = dem ersten † 6 Differenzen. w. z. E.

§. 308. Anmerkung. Algebraisch läßt sich die Sache sonnenklar begreiffen: a seye das erste Glied, d seye die Differenz, so ist

I	II	III	IV	V	VI	VII
÷ a,	a†d,	a†2d,	a†3d,	a†4d,	a†5d,	a†6d

Vtes Hauptstück.

Aufgaben, die zur arithmetischen Proportion gehören.

Iste Aufgab.

§. 309. Zu zweyen gegebenen arithmetischen Gliedern das dritte Proportional Glied zu finden.

Auflösung. Das letzte Glied verdopple ich.
2do. Von der Summe ziehe ich das erste Glied ab.

3tio. So giebt der Rest das dritte Glied.
Z. E. es seyen gegeben 4, 8.
Ich sage 8 † 8 = 16, und 16 — 4 = 12. w. z. T.

Beweis. In einer Progreßion von 3 Gliedern ist die Summe des ersten † dritten = dem doppelten vom 2ten (§. 302.) Nun wenn man von einer Summe die entwedere Zahl abziehet, so bleibt die andere (§. 80.) w. z. E.

IIte Aufgab.

§. 310. Zu dreyen Zahlen die 4te in arithmetischer Verhältniß finden.

Auflösung. Ich addire das 2te und 3te Glied.

2do. Von der Summe subtrahire ich das 1ste.

3tio. Der Rest ist das 4te.

Z. E. Es seye gegeben 3, 6, 9.
Ich sage 6 † 9 = 15 und 15 — 3 = 12. w. z. T.
Der Beweis ist der nämliche wie (§. 309.)

§. 311. Zusatz. Auf solche Weis kann man eine Progreßion so weit verlängern, als man will, wenn nur die erste zwey Glieder bekannt sind; bequemmer aber wird es seyn zum vorgehenden Glied die Differenz addiren, wenn die Progreßion zunimmt, oder abziehen, wenn jene absteigt.
Z. E. 5, 7. die Differenz ist 2. ich addire sie zu 7 und bekomme das 3te Glied rc. 5, 7, 9, 11, 13 rc. Item 7, 5 die Differenz ist 2. ich subtrahire sie von 5. und bekomme 3. rc. 7, 5, 3, 1.

§. 312. Zusatz. Aus eben diesem Grund kann man zwischen zweyen Gliedern das mittlere Pro-

por-

portional Glied finden: man addiret die gegebene Glieder, und halbiret die Summe, so hat man, was man suchte (§. 302.) z. E. es solle zwischen 2 und 6 das Mittelglied gefunden werden: ich sage 2 † 6 = 8 das halbe = 4. w. z. T. denn 2, 4, 6.

IIIte Aufgab.

§. 313. Wenn man das erste Glied weiß, und die Differenz, und die Anzahl der Glieder: das letzte Glied finden.

Auflösung. Die Anzahl der Glieder vermindere ich um 1.

2do. Den Rest multiplicire ich mit der Differenz.

3tio. Zum Product addire ich das erste Glied.

4to. Die Summe nun giebt das letzte Glied. Beweis und Exempel s. §. 307.

§. 314. Zusatz. Wenn die Progreßion abnehmend ist, erfährt man das letzte, das ist das kleinste Glied, wenn man jenes Product n. 3tio vom ersten abziehet.

IVte Aufgab.

§. 315. Wenn das erste Glied und das letzte, wie auch die Anzahl der Menge der Glieder bekannt sind, die Summe aller Glieder gesammt finden.

Auflösung. 1mo. Ich addire das erste und letzte Glied, und

2do. Multiplicire diese Summe durch die halbe Anzahl der Glieder.

3tio. Das Product ist gleich der Summe aller Glieder zusamm. Den Beweis und Exempel s. §. 304.

VItes Hauptstück.

Theoria. Grundlehre von der geometischen Proportion.

§. 316. WEnn man ein Product mit einem aus ihren Factoribus dividiret, so ist der Quotus dem anderen Factor gleich. z. E. 6 ist ein Product aus 2 und 3. nun ist 6 : 2 = 3 und 6 : 3 = 2. Item a b ist ein Product aus a und b. a b : b = a und a b : a = b. (§. 165.)

§. 317. Zusatz. Hieraus folget, daß, weil in einer geometrischen Verhältniß das grössere Glied aus der Multiplication des kleineren in den Exponenten entsteht. (§. 270.) daß, wenn das grössere Glied a ist, und der Exponens q. das kleinere aber b, das b q dem a gleich seye. In Ziffern seye a = 12. b = 6. q = 2. so ist 2 x 6 = 12.

Ister Lehrsatz.

§. 318. In jeder geometrischen Proportion ist das Product des ersten und vierten Gliedes, gleich dem Product des 2ten und 3ten. z. E. es seye a : b : : h : d. oder 2 : 4 : : 6 : 12. Ich sage a x d seye gleich b x c.

Beweis. Weil wie a : b also c : d (ex Hypothesi) so haben sie den nämlichen Exponenten q. (§. 271.) derowegen ist a q = b und c q = d. (§. 316.) für gleiche Grössen aber kann man gleiche setzen (§. 297.) so kann ich dann anstatt a : b = c : d schreiben a : a q = c : c q.

Nun wenn ich das 1ste und 4te Glied multiplicire,

cire, bekomme ich a c q. und das 2te × mit dem 3ten giebt auch a c q. so sind sie dann gleich. w. z. E.

§. 319. Anmerkung. Dieses mit Zahlen vorzustellen, seye a = 2. b = 4. c = 6. d = 12 wird der Exponent seyn q = 2. folglich ist b = 2 × 2 und d = 6 × 2.

$$\text{die Proportion} \quad a : b = c : d$$
$$2 : \underbrace{2 \times 2}_{4} = 6 : \underbrace{6 \times 2}_{12}$$

Es ist aber $a \times d = 2 \times 6 \times 2$ oder $2 \times 12 = 24.$
und $b \times c = 2 \times 2 \times 6$ oder $4 \times 6 = 24.$

§. 320. Zusatz. So oft das Product des ersten und vierten Gliedes gleich ist dem Product des 2ten und 3ten, so oft sind die 4 Glieder in geometrischer Proportion.

Beweis. Damit das Product der Mittelglieder gleich seye dem Product der äusseren, müssen die grösseren Glieder der Verhältniß beyderseits können vorgestellt werden durch den Exponenten in die kleineren Glieder (§. 318.) nun aber können die Glieder also nicht vorgestellet werden, wenn sie denselben Exponenten nicht haben; haben sie ihn aber, so sind sie in Proportion (§. 270.) w. z. E.

IIter Lehrsatz.

§. 321. In jeder geometrischen Progreßion ist das Product zweyer Glieder gleich dem Quadrat des Mitgliedes.

NB. Das Quadrat heißt man jenes Product, welches entspringt, wenn eine Grösse mit sich selber multipliciret wird. z. E. es seyen die zwey Neben-

benglieder 2 : 8. das Mittelglied 4. ich sage 2 × 8 = 4 × 4. In Buchstaben: Es seye die Progreßion a : b : c. ich sage a c = b b. die Grösse selbst heißt die Wurzel.

Beweis. Zu jeder Proportion gehören 4 Glieder (§. 272.) so ist a : b : c. so viel als a : b = b : c. Nun aber ist in jeder geometrischen Proportion das Product des 1sten und 4ten Gliedes gleich dem Product des 2ten und 3tens (§. 318.) folglich ist a c = b b. w. z. E.

IIIter Lehrsatz.

§. 322. Es mögen in einer geometrischen Proportion die 4 Glieder wie immer versetzet werden: wenn nur die Mittelglieder zugleich in der Mitte oder daraus stehen, bleibt immer eine geometrische Proportion.

Beweis. Wenn die Producte der mittlern und Nebenglieder gleich sind, so sind die Glieder in Proportion (§. 320.) so lang aber die Mittelglieder zugleich in der Mitte stehen, oder zugleich Nebenglieder werden, so lang sind die Producte gleich. So sind sie in Proportion. w. z. E.

§. 323. Zusatz. Daher erfolget, daß, wenn diese Proportion da ist a : b : : c : d. auf so vielerley Arten eine Proportion verbleibe, als hier folget.

a : c = b : d diese heißt alterna Proportio.
b : a = d : c. diese heißt inversa Proportio.
b : d = a : c
c : d = a : b
c : a = d : b
d : b = c : a
d . c = b : a

§. 324. IIter Zusatz. Wenn 4 Glieder proportional sind, bleibt eine Proportion componendo, und dividendo (s. §. 279.) Z. E.

2 : 4 :: 8 : 16. componendo $\underbrace{2 + 4} : 4 = \underbrace{8 + 16} : 16$.

Item

2 : 4 :: 8 : 16. dividendo $\underbrace{2 - 4} : 4 = \underbrace{8 - 16} : 16$.

denn das Product der äussern Glieder ist überall gleich dem Product der Mittleren. (§. 318.)

IVter Lehrsatz.

§. 325. In jeder geometrischen Proportion ist das Quadrat des mittleren Gliedes gleich jedwederem Product zweyer Glieder, die gleich weit von dem mittleren entfernet sind, d. i. das 1ste × in das letzte ist gleich dem 2ten × in das vorletzte ꝛc.

Z. E. ∻ 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128.

Ich sage $2 \times 128 = 4 \times 64 = 8 \times 32 = 16 \times 16$.

Beweis. Bey jeder Progreßion sind die Glieder proportional. (§. 280.) Bey proportionalen Gliedern aber ist das Product der äusseren gleich dem Product der mittleren (§. 318.) oder dem Quadrat des Mitgliedes (§. 321.) w. z. E.

§. 326. Anmerkung. In Buchstaben zeigt es sich ganz klar.

∻ a	: ae	: aee	: aeee	: aeeee	: aeeeee	: aeeeeee.
I	II	III	IIII	V	VI	VII.

so ist
$$\left.\begin{array}{l} I \times VII = aa\,eeeeee \\ II \times VI = aa\,eeeeee \\ III \times V = aa\,eeeeee \\ IV \times IV = aa\,eeeeee \end{array}\right\} = a^2\,e^6$$

Vter

Vter Lehrsatz.

§. 327. In jeder geometrischen Progreßion, wenn die Differenz zwischen dem ersten und letzten Glied durch den Exponenden — 1 dividiret wird, giebt der Quotus die Summe aller Glieder bis auf das letzte.

Z. E. ∺ 2 : 6 : 18 : 54.

Differenz zwischen 2 und 54 = 52
Exponent der Verhältniß = 3 — 1 = 2.
Ich sage 52 : 2 = 26 = 2 + 6 + 18.

Beweis. Es seye ∺ a : ae : aee : aeee.
I II III IV

Die Differenz zwischen I und IV = aeee — a
der Exponent ist e
1 weg = e — 1.
Nun giebt $\frac{aeee - a}{e - 1}$ im Quoto aee + ae + a.

das ist, die Summe aller Glieder bis auf das letzte. w. z. E.

VIter Lehrsatz.

§. 328. Wenn das letzte Glied einer geometrischen Progreßion mit sich selbst multiplicirt, und das Product mit dem ersten dividiret wird, kömt das nächste Glied heraus. z. E. 2 : 4:

Ich sage 4 × 4 : 2 = dem nächsten Glied 8.

Beweis. Das Product des Mittelgliedes in sich selbst ist gleich dem Product der Nebenglieder (§. 321.) wenn nun aber ein Product mit eintwedern seiner Factorum dividiret wird; ist der Quotus der andere Factor (§. 316.) es sind aber auch die Nebenglieder, die eben dieses Product ausmachen; dero-

rowegen, wenn man das Quadrat mit dem vorgehenden Glied dividiret, kömmt das andere Glied heraus. w. z. E.

§. 329. Zusatz. Zu 3 Gliederen kann man das 4te finden, wenn man das 2te und 3te multipliciret, und das Product mit dem ersten dividiret. Der Quotus ist das 4te Glied, aus eben gemeldeter Ursach und Beweis.

§. 330. IIter Zusatz. In jeder geometrischen Proportion, wenn man 2 Glieder in einander multipliciret, und aus dem Product die Quadrat Wurzel herausziehet, hat man das Mittelglied. (§. 321.)

§. 331. IIIter Zusatz. In jeder geometrischen Proportion, wenn man das Product der Mittelglieder mit einem Nebenglied dividiret, entspringt das andere Nebenglied. (§. 316.)

§. 332. Und wenn man das Product der Nebenglieder mit einem Mittelglied dividiret, bekömmt man das andere Mittelglied. (§. 328.)

VIItes Hauptstück.

Aufgaben in der geometrischen Proportion.

Iste Aufgab.

§. 333. Zwischen 2 Gliedern das Mittelglied finden.

Auf-

Auflösung. Ich multiplicire die 2 Glieder, und aus dem Product ziehe ich die Quadrat Wurzel. z. E. 3 : x : 16. ich sage 4 × 16 = 64. Radix 8 = x. ex (§. 330.)

IIte Aufgab.

§. 334. Zu 2 Gliedern das 3te finden.

Auflösung. Ich multiplicire das 2te Glied in sich selber.

2do. Das Product dividire ich mit dem ersten.

3tio. Der Quotus ist das 3te Glied.

Z. E. 4 : 8 : x. ich sage 8 × 8 = 64 und 64 : 4 = 16 = x. ex (§. 328.)

IIIte Aufgab.

§. 335. Aus 4 Gliedern einer Proportion jedweders zu finden: wenn 3 gegeben sind.

Auflösung. 1mo. Suche ich eines der mittleren Glieder: so multiplicire ich die Nebenglieder in einander.

2do. Das Product dividire ich mit dem gegebenen Mittelglied.

3tio. Der Quotus giebt das andere Mittelglied.

Auflösung. Wenn man ein Nebenglied suchet: ich multiplicire die Mittelglieder in einander.

2do. Das Product dividire ich mit dem gegebenen Nebenglied.

3tio. Der Quotus ist das andere Nebenglied.

§. 336. Anmerkung. Das erste Glied z. E. seye

a. das

a. das 2te b. das 3te c. das 4te d. so ist die Proportion a : b : : c : d.

Auflösung.

$$\frac{bc}{d} = a * \frac{bc}{a} = d * \frac{ad}{b} = c * \frac{ad}{c} = b.$$

§. 337. Anmerkung. Das 4te Glied bekömmt man, wenn man das 2te in das 3te multipliciret, und das Product mit dem ersten dividiret: nämlich $\frac{bc}{a} = d.$

und diese ist jene sogenannte Regel de Tri, welche die Lateiner wegen ihrem so grossen Nutzen Regulam auream nennen, und hernach von uns mit mehrern wird erkläret werden.

IVte Aufgab.

§. 338. Eine Progreßion weiter fortsetzen.

Auflösung. Jedes Glied einer Progreßion zu bekommen, multiplicire ich das letzte Glied, das ich habe, mit sich selber, und dividire das Product mit dem vorgehenden Glied. (§. 328.)

Z. E. a seye das erste Glied, b das zweyte.

Wird die Progreßion seyn:

$$\div a : b : \frac{bb}{a} : \frac{b3}{a^2} : \frac{b4}{a^3} \text{ ꝛc.}$$

Auf

Auf eine andere Art: a seye das erste Glied, e der Exponens, wird die Progreßion seyn:
∺ a : ae : aee : aeee : aeeee &c. (§. 321.)

Vte Aufgab.

§. 339. Ein bestimmtes Glied aus einer Progreßion finden, wenn man schon nicht alle Mittelglieder hat.

Auflösung. Ich schreibe so viele Glieder, bis ich in Absicht auf das begehrte Glied das mittelste oder 2 Mittelglieder bekomme.

2do. Diese multiplicire ich in einander.

3tio. Und dividire das Product mit dem ersten Glied,

4to. So ist der Quotus das gesuchte Glied. (§. 325.)

Z. E. ich solle das 11te Glied dieser Progreßion 1. 2. 4. rc. finden, ich schreibe 1. 2. 3. 4. 5. 6.
∺ 1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32

Das mittelste Glied zwischen 1 und 11 nämlich 6 multiplicire ich und sage 32 × 32 = 1024 und weil das erste Glied 1 nichts verändert ist 1024 das 12te Glied.

VIte Aufgab.

§. 340. Wenn mann das erste, und letzte Glied samt dem Exponenten weiß, die Summe aller Glieder zu finden.

Auflösung. 1mo. Ziehe das erste vom letzten Glied ab.

2do. Den Exponenten mache um 1 kleiner.

3tio.

3tio. Dividire jene Differenz mit dem verminderten Exponenten.

4to. Zum Quoto addire das letzte Glied.

5to. So bekömmst du, was du begehret. (§. 327.)

Z. E. Es seye von einer Progreßion das erste Glied. 1 der Exponens 2. mit Abzug 1 = 1.

Das letzte Glied 2 1 4 7 4 8 3 6 4 8

Die Differenz = 2 1 4 7 4 8 3 6 4 7.

Nun ist 2147483641 : 1 = 2147483647

Addire das letzte Glied = 2147483648

Summe aller Glieder = 4294967295

VIIItes Hauptstück.

Vom Gebrauch der Lehre von Proportionen.

Iter Abschnitt.

Von der ordentlichen Regel de Tri.

§. 341. So oft etwas viertes zu einem dritten Ding sich verhalten muß, wie ein zweytes zu einem ersten: das ist, so oft jenes viertes um so viel grösser oder kleiner gegen dem dritten seyn solle, als um viel das zweyte grösser oder kleiner ist, als das erste, so oft gebrauchet man sich die vierte Zahl ausfindig zu machen der ordentlichen Regel de Tri. Dieses kann sich begeben entweders mit dem Lohn in Rucksicht auf die Arbeit: oder mit dem Werth in Rucksicht auf die Waaren: oder

oder in Anspannung der Kräften in Rucksicht auf die Bürde: oder in Länge der Zeit in Rucksicht auf die Geschwinde ꝛc. ꝛc. die Sache wird in Beyspielen klärer seyn. z. E. innerhalb 2 Stunden lese ich 6 Bläter in einem Buch: nun kann mich ein Fürwitz ankommen, zu wissen, wie viel Bläter ich innerhalb 4 Stund lesen könnte, nämlich 12; denn wie sich 2 Stunde verhalten zu 6 Blätern, so verhälten sich 4 Stunde zu 12 Blätern; denn wie 4 Stunde noch so viele sind, als 2 Stunde, so sind auch 12 Bläter noch so viele als 6 Bläter.

§. 342. Die Method zu rechnen ist diese: 1mo. Man schreibt die drey erkannten Sachen also, daß die erste zur 2ten sich verhalte, wie die dritte zur gesuchten. z. E. ich weiß, daß ich in 2 Stunden 6 Bläter lese. Ich möchte aber wissen, wie viel ich in 4 Stunden lesen würde, so schreibe ich dann also:

Stunden		Stunden		Bläter		Bläter
2	:	4	=	6	:	x

oder auf diese Weise:

Stunden		Bläter		Stunden		Bläter
2	:	6	=	4	:	x

Das ist im ersten Fall: wie sich 2 zu 4 Stunden verhalten, so müssen sich 6 Bläter zu den gesuchten verhalten.

Und im andern Fall heißt es: wie sich 2 Stunden zu 6 Bläter verhalten, so verhalten sich 4 Stunden zu der noch unbekannten Zahl der Bläter.

2do. Wenn man nun die Glieder also geschrieben, multipliciret man die mittlere in einander.

3tio. Das Product dividiret man mit dem ersten.

4to.

4to. Der Quotus giebt die 4te Zahl x. Im Exempel sage ich $4 \times 6 = 24$. und $24 : 2 = 12$. so ist denn $x = 12$, das heißt, in 4 Stunden werde ich 12 Blåter lesen.

§. 343. **Anmerkung.** Andere Exempel. Ein gewisser Mensch verzehret innerhalb 20. Tågen 16 fl. wie viel wird er in einem halben Jahr verzehren.

Auflösung. $20 : 365 = 16 : x = 292$ fl.

IItes **Exempel.** 4 Menschen tragen ein Gewicht von 600 Pfund, wie viele Pfund würden 7 Menschen tragen können.

Auflösung. $4 : 7 :: 600 : x = 1050$. Pfund

IIItes **Exempel.** 6 Ellen Tuch kosteten 24 fl. was werden 8 Ellen kosten.

Auflösung. $6 : 8 = 24 : x = 32$ fl.

IVtes **Exempel.** Ein Fuhrmann ladet auf ein Pferd 10 Centner, er hat aber in seinem Wagen 6 Pferd eingespannet. Nun ist die Frag, wie viel er Centner führe.

Auflösung. $1 : 10 :: 6 : x = 60$. Centner.

IIter Abschnitt.

De Regula Trium inversa.

§. 344. Wenn nach Umstand der Sachen, von welchen die Frag und Rechnung ist, das 4te Glied um eben so viel kleiner seyn solle gegen dem dritten, als das 1ste kleiner ist als das andere, oder umgekehret, so heißt man die Regulam

sam zu handeln inversam, oder die verkehrte Regel de Tri, weil man die 3 gegebenen Glieder nicht in jener Ordnung setzen darf, wie im vorgehenden, und wie sie vorgetragen werden. z. E. 15 Soldaten erbauen einen Wall innerhalb 4 Tägen. Es ist nun die Frag, wie viele Täge 30 Soldaten brauchen würden? Setzete man die Zahlen in der Ordnung, wie sie vorgetragen werden, so käme diese Proportion:

$$15 : 4 :: 30 : x = 8.$$

Das heißt: wenn 15 Soldaten 4 Täge brauchen, so brauchen 30 Soldaten 8 Täge, welches ja falsch ist? denn je mehr Arbeiter sind, desto kürzer brauchen sie; so muß man dann die verkehrte Regel gebrauchen: denn um wie viel die erste Zahl kleiner ist als die 3te, um so viel muß die vierte kleiner seyn als die andere.

§. 345. Die beßte Method dergleichen Fragen aufzulösen ist, wenn man die Glieder also setzet, daß man die ordentliche Method (§. 342.) gebrauchen könne. z. E. ich sage: wie sich die mehrere Soldaten (30.) zu den wenigern (15.) verhalten, so verhalten sich die mehrere gegebene Täge (4) zu den wenigern, die zu suchen sind. Das Exempel stehet also: Soldaten. Soldaten. Täge. Täge.

$$30 : 15 :: 4 : x = 2.$$

So brauchen denn 30 Soldaten 2 Täge zu einer Arbeit, zu welcher 15 Soldaten 4 Täge braucheten.

§. 346. Anmerkung. Andere Exempel. Den Tempel des Salomons haben 153600 Arbeiter in 7 Jahren erbauet: Nun ist die Frag: wenn weniger Arbeiter z. E. 33600 gewesen wären, wie lang

sie

sie würden gebrauchet haben? Nicht wahr, mehr als 7? glathin zu gehen würden weniger heraus kommen, denn es hieß: wie

$$153600 : 33600 :: 7 : x = 1 \frac{83}{113}$$

Wo dann weniger Arbeiter nur über ein Jahr brauchen würden, indem mehr Arbeiter 7 braucheten. So verkehre ich den Ansatz, und sage: wie sich weniger Arbeiter (33600.) zu mehrern (153600.) verhalten: so haben sich die wenigeren Jahre (7.) zu den mehrern x. also:

$$33600 : 153600 = 7 : x = 32. \text{ Jahre.}$$

IItes Exempel. Da der Metzen Getraid 9 fl. kostete, wog eine Semmel 2 Unzen, wie viel Unzen wird eine Semmel wägen, wenn der Metzen 6 fl. kostet. Es wäre falsch $9 : 6 :: 2 : x = 1\frac{1}{3}$ Unzen, denn je wohlfeiler das Getraid ist, desto schwärer muß das Brod werden; derowegen sage ich:

$$6 : 9 = 2 : x = 3.$$

IItes Exempel. Ein Zahlmeister hatte so viel Geld, daß er damit 200 Bediente auf 2 Jahre bezahlen konnte; auf einmal werden 100 Bediente mehr aufgenommen. Es ist die Frag, wie lang des Zahlmeisters Geld erklecken werde? Ich sage

$$300 : 200 :: 2 : x = 1\frac{1}{3} \text{ Jahr} = 16 \text{ Monat}$$

IIIter Abschnitt.

De Regula Trium composita.

§. 347. Regula composita wird genennet, wenn mehr als 3 Glieder in der Rechnung stehen, wozu ein unbekanntes solle gefunden werden.

§. 348. Die Method dergleichen Fragen aufzulösen ist zweyfach: 1stens wenn man die Nebenglieder der Frag mit ihren Hauptgliedern multipliciret, und hernach operiret, wie in vorgehenden Absätzen gesaget worden.

2tens. Wenn man die einfache Regel unter gewissen Bedingnissen öfters wiederholet. z. E. Es ist die Frag: 5 Menschen verbrauchen 24 fl. innerhalb 6 Tägen. Wie viel Gulden werden 20 Menschen binnen 15 Tägen verbrauchen?

Auflösung. Nach der ersten Art. Ich multiplicire die Anzahl der Menschen, in die Anzahl ihrer Täge, und sage 5 × 6 = 30. Wieder 15 × 20 = 300.

Nun sage ich wie sich hat
30 : 24 :: 300 : x = 240.

Auflösung nach der 2ten Art. Ich sage 5 Menschen brauchen 24. wie viel brauchen 20 Menschen (ich verstehe in 6 Tägen? Es kömmt
5 : 24 : : 20 : 96 fl.

Nun sage ich von neuem: 6 Täge geben (für 20 Menschen) 96 fl. wie viel geben 15 Täge für diese. Es kömmt 6 : 96 :: 15 = 240 fl.

§. 349. Ein anders Exempel. Mit 150 fl. gewann ich innerhalb 2 Jahr 18 fl. was würde ich binnen 6 Jahren mit 10000 fl. gewinnen.

Auflösung. 1stens sage ich:

150 : 18 = 10000 : x = 1200 { binnen 2 Jahr.

2tens sage ich:

2 : 6 = 1200 : x = 3600 { mit 10000 fl.

§. 350. **Anmerkung.** Auch hier kann die verkehrte Regel mit unterlaufen: derowegen wohl auf die Umstände der Frag acht zu haben, welches auch leichter zu beobachten nach der zweyten als ersten Method. z. E.

20 Taglöhner kosten innerhalb 24 Tägen 60 Groschen, wie viel Taglöhner kosteten binnen 40 Tägen 80 Groschen.

Auflösung. 1stens sage ich:

Taglöhner.		Täge.		Taglöhner.		Täge.	
20	:	24	=	40	:	12	[verstehe für 60 Grosch.

2tens sage ich:

Groschen.		Täge.		Groschen.		Täge.	
60	:	12	=	80	:	16	[verstehe für 40 Taglöhner.

IVter Abschnitt.

Regula Societatis. Von Gesellschafts Rechnungen.

Erklärung.

§. 351. Die Gesellschafts Rechnung heißt, wenn mehr ihr Geld ꝛc. zusamm legen also,

daß nach **Proportion** des gelegten Geldes ein jeder gewinne, oder verliere, und man dieses durch Rechnen bestimme.

Z. E. Zwoen Kaufleute Petrus und Paulus haben Geld zusamm gelegt Petrus 300. Paulus 400 fl. damit sind gewunnen worden 200 fl. Nun ist die Frag, wie viel jeder gewunnen habe?

§. 352. **Auflösung.** 1mo. Die sonderheitliche zusamm gelegte Summen addiret man.

2do. Hernach setzt man diese **Proportion**: das 1ste Glied ist die ganze Summe; das 2te das von einem gelegte Geld; das 3te der ganze Gewinn; das 4te giebt den gesuchten Gewinn für das gelegte Geld.

3tio. Und dieses wiederholet man so oft, als Leute sind, die etwas geleget haben. Wobey das 1ste und 3te Glied allzeit die nämlichen verbleiben.

Z. E. in unserer Aufgab: gab Petrus 300. Paulus 400. die Summe ist 700. der Gewinn ist 200. so giebt es diesen Ansatz.

$700 : 300 = 200 : 85\frac{5}{7}$ { Gewinn Petri.
$700 : 400 = 200 : 114\frac{2}{7}$ { Gewinn Pauli.

§. 353. **Anmerkung.** Wenn bey der Haupt-Aufgab auch Umstände sind, multipliciret man vorher die Umstände in die Hauptsach, und handelt nach dem wie §. 352. Z. E.

Petrus legt	40 fl.	auf 6 Monat	ich sage	$40 \times 6 = 240$
Paulus	80	auf 8 Monat		$80 \times 8 = 640$
Joannes	100	auf 10 Monat		$100 \times 10 = 1000$
			Summe	$= 1880$

Der Gewinn seye 160 fl.

Auf-

Auflösung.

1880 : 240	=	160 :	$20\frac{20}{47}$	{	Gewinn des Petri.
1880 : 640	=	160 :	$54\frac{22}{47}$	{	Gewinn des Pauli.
1880 : 1000	=	160 :	$85\frac{5}{47}$	{	Gewinn des Joann.

§. 354. **Anmerkung.** Es giebt noch mehr dergleichen Regeln als da ist Regula Falsi, Regula dupplicis Positionis, Regula Alligationis. Allein, weil die überhäuften Regeln mehr Schade und Überdruß bringen, als Vortheil und Vorschub, und weil derley Aufgaben algebraisch weit leichter und allgemeiner können aufgelöset werden, als mit Ziffern; derowegen wollen wir hier nichts weiters davon melden.

Rechenkunst.

Vtes Buch. Von denen Potenzen und deren Wurzeln.

Ites Hauptstück.

Definitiones. Erklärungen.

§. 355. Potenzen, oder **Dignitäten** (Potentias, Dignitates) heißt man jene Grössen, die Glieder einer geometrischen unausgesetzten Progreßion sind, also daß das erste Glied der Progreßion zugleich der Exponent der Verhältniß ist. z. E. 2 : 4 : 8 : 16 : 32. ꝛc.

Item: 3 : 9 : 27 : 81 : 243. ꝛc.

§. 356. Zusatz. Hieraus folget, daß das 2te Glied einer solchen Progreßion aus dem ersten in sich selbst multipliciret entstehe, daß 3te aber aus dem 2ten × in das 1ste, das 4te aus dem 3ten × in das 1ste, weil das erste zugleich der Exponent ist. (§. 355.)

§. 357. Das 1ste Glied heißt die Wurzel (Radix) die übrigen heissen Potenzen, und zwar das 2te Glied ist die 1ste Potenz; das 3te Glied ist die 2te Potenz ꝛc. Prestet nennet das 2te Glied die 2te Potenz, das 3te Glied die 3te Potenz ꝛc.

§. 358. Anmerkung. Jedwedes 2tes Glied einer Progreßion, wo das 1ste Glied dem Exponenten gleich ist, kann man mit Puncten wie ein Viereck vorstellen. z. E. das 2te Glied von 2 ist 4

```
    . .                                   . . .
=   . .  das 2te Glied von 3 ist 9 =      . . .   das
                                          . . .

                          . . . .
2te Glied von 4 ist 16 =  . . . .
                          . . . .
                          . . . .  daher kömmt,
```

daß man jedes 2tes Glied ein Quadrat heisse.

§. 359. Ein Quadrat ist jede Zahl, welche entstehet, wenn eine Zahl mit sich selbst multipliciret wird (§. 356.) z. E. 4 × 4 = 16 man zeigt es mit diesem Zeichen (□) an. z. E. □ 5. heißt: das Quadrat von 5 oder 25.

§. 360. Anmerkung. Wenn man sich jeden Einser als etwas körperliches mit 4 Ecken fürstellet, so kann man jedes 3tes Glied von Potenzen wie ei-

nen Würfel oder viereckigten Körper vorstellen, der aus so viel kleinen Würfeln entspringt, als dieses Glied Einser hat. z. E. 8 ist das 3te Glied von 2. nun geben 8 solche Einser diesen Körper diese ist die Ursach, warum die 2te Potenz Cubus ein Würfel genennet werde.

§. 361. Ein Cubus ist das Quadrat mit der Wurzel multipliciret. z. E. der Cubus von 2 ist 4 × 2. = 8. der Cubus von 3 ist 9 × 3 = 27.

§. 362. Die 3te Potenz heißt man Quadrato Quadratum, aus Ursach: weil es im Vergleich des ersten Gliedes das 4te Glied ausmachet; im Vergleich aber zum 2ten machet es das 2te aus. z. E. 2 : 4 : 8 : 16. da ist 16 das 4te Glied von 2. denn 2 × 2 × 2 × 2 = 16. aber gegen 4 ist es auch das 2te Glied: denn 4 × 4 = 16.

§. 363. Jene Zahl, welche mit sich selbst multipliciret ein Quadrat herfürbringt, heißt (Radix quadrata) die Quadrat Wurzel, und hat dieses Zeichen √. z. E. √ 16. heißt die Quadrat Wurzel von 16 = 4.

§. 364. Jene Zahl, welche in sein Quadrat multipliciret einen Cubum herfürbringt, heißt (Radix cubica) die Cubic Wurzel, man zeichnet sie also √ C oder √ 3. z. E. √ C. 27. heißt die Cubic Wurzel von 27 = 3.

§. 365. Die Wurzel aus einer Zahl ausziehen (Radicem extrahere) heißt jene Zahl finden, welche in sich selbst multipliciret die vorgelegte Zahl ausmachet, wenn man die Quadrat Wurzel ausziehen solle; oder jene, welche das Quadrat mul-

tiplicíret hatte, wenn man die Cubic Wurzel ausziehen solle.

IItes Hauptstücke.

Theoria. Grundlehre von Quadrato und Cubo.

§. 366. Postulatum. Eine jede Wurzelzahl kann man in 2 oder 3 oder mehr Theile abtheilen: denn jedes Ganzes hat Theile, was aber Theile hat, kann getheilet werden.

§. 367. Hypothesis 1. Wir wollen annehmen, es seye sowol eine Quadrat als Cubic Wurzel in 2 Theile abgetheilt.

Z. E. □ 144 $\surd = 12$ Es seye $\surd\, 10 + 2$
Cubus 1728 $\surd$ Cub $= 12$ $\surd\, 10 + 2$

§. 368. Hypothesis 2. Den ersten Theil wollen wir a nennen nämlich $10 = a$. und den 2ten $b = 2$. So ist denn

$\surd\, 144 = 10 + 2 = a + b$.
$\surd$ Cub. $1728 = 10 + 2 = a + b$.

§. 369. Anmerkung. Eine auf solche Weis in 2 Theile abgetheilte Wurzel wird eine binomische Wurzel benamset. Hätte sie 3 Theile, hiesse sie trinomisch, und so ferners.

Ister Lehrsatz.

§. 370. Ein jedes □, deren Wurzel binomisch ist, begreift in sich das □ des ersten Theils + einem Product aus dem ersten Theil in den anderen zwey=

zweymal genommen † dem □ des zweyten Theils das ist a a † 2 a b † b b = 144.

Beweis. Das □ ist jede Wurzel in sich selbst multipliciret (§. 359.) nun aber giebt a † b multiplicirt mit a † b im Product a a † 2 a b † b b.

Denn ✓ a † b
✓ a † b

	a b † b b	= dem Product aus b in a † b
a a † a b		= dem Product aus a in a † b
a a † 2 a b † b b		= Summe der Producten.

W. z. E.

§. 371. Anmerkung. In Ziffern die Sache klar zu machen, seye a = 10, b = 2.

so ist a a = 100
2 a b = 40
b b = 4

144 = □.

IIter Lehrsatz.

§. 372. Ein Cubus, dessen Wurzel binomisch ist, besteht aus dem Cubo des ersten Theils † einem Product aus dem Quadrat des ersten Theils in den anderen dreymal genommen † einem Product des Quadrats des anderten Theils in den 1sten wieder dreymal genommen † dem Cubo des zweyten Theiles, das ist

a a a † 3 a a b † 3 a b b † b b b = 1728.

Beweis. Ein Cubus entsteht aus der Multiplication des Quadrats in die Wurzel (§. 361.) nun aber giebt das Quadrat a a † 2 a b † b b multi-

ti-

tipliciret mit der Wurzel $a + b$ im Product $a^3 + 3aab + 3abb + b^3$ denn

$$
\begin{array}{rl}
\square = & aa + 2ab + bb \\
\surd = & a + b \\
\hline
& aab + 2abb + b^3 = \text{Product aus } b \text{ in } \square \\
& a^3 + 2aab + abb = \text{Product aus } a \text{ in } \square \\
\hline
\text{Sum̃e} & a^3 + 3aab + 3abb + b^3 \quad \text{W. z. E.}
\end{array}
$$

§. 373. Anmerkung. Eben dieses seye in Ziffern. $a = 10$. $b = 2$. so ist

$$
\begin{array}{rr}
aaa = & 1000 \\
3aab = & 600 \\
3abb = & 120 \\
bbb = & 8 \\
\hline
& 1728 = \text{Cubo}
\end{array}
$$

§. 374. I. Zusatz. Wenn die Wurzel trinomisch ist, aldenn besteht das □ aus diesen Theilen $aa + 2ab + bb + 2ac + 2bc + cc$. wie erhellen wird, wenn man $a + b + c$ mit $a + b + c$ multipliciret.

§. 375. IIter Zusatz. Wenn die Wurzel trinomisch ist, so besteht der Cubus aus diesen Theilen $a^3 + 3aab + 3abb + b^3 + 3aac + 6abc + 3bbc + 3acc + 3bcc + c^3$. wie wiederum erhellen würde, wenn man das □ $aa + 2ab + bb + 2ac + 2bc + cc$ mit der Wurzel $a + b + c$ multiplicirte.

§. 376. Anmerkung. Wenn man alle Theile eines Quadrats auflösen kann, so giebt es ein Mittel die Wurzel ausfindig zu machen; denn was durch die

die Multiplication entstehet, wird durch die Division wieder zergliedert (§. 148.) und in die Factores zerlegt (§. 316.) weil das Quadrat und Cubus aus Multiplication der Wurzel in sich selber oder in das Quadrat entstehen. (§. 370. 372. rc.)

§. 377. Dieweil die ganzen Summen aus der Addition der mehrseitigen Producten entstehen (§. 370. 373. zu Ende) derowegen kann man die Wurzeln mit der glatten Division nicht finden, sondern man muß auch die Multiplication und Subtraction zu Hülfe nehmen, eben so, wie bey anderen Divisionen geschieht. Nun hat man schon alles dieses ausgefunden, wie es zu bewerkstelligen seye. Ohne weiterem Umschweif gehen wir zur Sache selber.

IIItes Hauptstück.

Von Ausziehung der Quadrat-Wurzel.

Ister Fall.

§. 378. WEnn das □ nicht mehr als zwo Zahlen in sich hat.

Auflösung. Ich suche im Abaco Pythagorico die gegebene Zahl, und zugleich die jenige, welche mit sich selbst multipliciret, dieses Product ausmachet. z. E. es seye gegeben das □ 49. ich finde die √ 7.

§. 379.

§. 379. Anmerkung. Für dergleichen Fälle kann man die Wurzel auch aus hier angesetzter Tafel herausnehmen.

Rad.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
□.	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cub.	1	8	27	64	125	216	343	512	729

IIter Fall.

§. 380. Wenn das □ mehr als zwey Ziffer hat. z. E. 294849.

Auflösung. 1mo. Schneide ich von meiner rechten Hand gegen der linken so oft 2 Ziffer ab, als es möglich auf diese Weis:

```
z    y    x
29 | 48 | 49
```

2do. Für die erste Classe z suche ich das nächst kleinere Quadrat (wenn nicht die Classe z selbst ein Quadrat ist) aus §. 379. In gegebenem Exempel finde ich 25.

3tio. Die Wurzel dieses Quadrats schreibe ich zur Seite hin wie einen Quotum, und nenne ihne a. also:

```
z    y    x     { a
29 | 48 | 49    { 5
```

4to. Das Quadrat aber a a subtrahire ich von der Classe z. Hier 25 von 29. also

```
z    y    x     { a
29 | 48 | 49    { 5
25 |    |
-----
 4
```

5to. Zum Rest schreibe ich die folgende Classe herunter also:

z	y	x		a
29	48	49		5
25				
4	48			

6to. Nun schreibe ich mir auf ein besonderes Papier die Quadrat Formul 2 a b † b b: weil hierinn die ganze Operation enthalten, nachdem a a schon weg ist.

7mo. Ich nehme 2 a, das ist meinen Quotum a zweymal, und dividire damit das linke Ziffer von y und den Rest von z. Im gegenwärtigen Exempel sind 2 a = 10, so sage ich dann 10 in 44 ist 4mal.

8vo. Den entspringenden Quotum schreibe ich zum vorigen a, und nenne diesen b. die Operation steht also:

z	y	x		a b
29	48	49		5 4
25				
4	48			
1	0			

9no. Nun ein Product 2 a b † b b zu bekommen, und selbes von y † z abzuziehen, nehme ich 2 a = 10, und b = 4 zusamm 2 a † b = 10 † 4. dieses multiplicire ich mit b = 4 auf diese Weis

2 a † b x = 104 x
b 4
2ab†bb = 416

10mo. Dieses Product schreibe ich unter z † y, und subtrahire es. Im gegenwärtigen Exempel schrei-

schreibe ich 416 unter 448, subtrahire es, und merke den Rest also:

z	y	x	a b
29	48	49	54
25			
4	48		
1	0		
4	16		
	32		

11mo. Nachdem schreibe ich die Classe x zum Rest, und operire ganz und gar nach den 7. 8. 9. Numeren; nur dieses ist dabey zu beobachten, daß ich itzt die zwoen gefundenen Quotos a † b zusamm nehme, und beyde zusamm A heisse. Ich schreibe nämlich also den Quotum $\left\{ \begin{array}{c} a\ b \\ 5\ 4 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{c} \overbrace{\quad A \quad} \\ 54 \end{array} \right.$

Nun das Exempel auszumachen fange ich von N. 7. an, und sage 2 A das ist 2mal 54 = 108.

Mit diesem dividire ich das linke Ziffer von x und den Rest 32 von y nach N. 8. ich sage 108 ist in 324 oder 1 ist in 3 dreymal; diesen Quotum schreibe ich zum vorigen A, und nenne ihn B. Das Exempel steht nun also:

z	y	x	A B
29	48	49	54 3
25			
4	48		
1	0.		
4	16		
	32	49	
	10	8	

Ich

Ich formire wieder das Product 2 a b † b b nach dem 9ten N. nåmlich 2 a = 108, und b = 3 zusamm

$$\begin{array}{rcl} 2\,a \dagger b \times & = & 1\,0\,8\,3 \times \\ b & = & 3 \\ \hline 2ab \dagger b\,b & = & 3\,2\,4\,9. \end{array}$$

Und subtrahire es vom y † x. Es steht die ganze Operation so:

	z	y	x	
□ = = =	2 9 2 5	4 8	4 9	{ a b { 5 4 ; { A B { 5 4 3 = √
Rest = = =	4	4 8		
2 a als Divisor =	1	0 .		
2 a b † b b =	4	1 6		
Rest = = =		3 2	4 9	
2 A als Divisor =		1 0	8 .	
2 A B † B B. =		3 2	4 9	
		0 0	0 ●	

Weil nun nichts mehr übrig ist: so ist die gefundene √ 543.

Wäre noch eine Classe da, müßte sie auch herabgesetzet werden, und der bisher gefundene Quotus zusamm genommen a heissen; hernach aber von N. 7. an die Operation wiederholet werden.

§. 381. Zusatz. Die Wurzel hat so viel Ziffer, als das Quadrat Classen oder Abschnitt hat. z. E. im vorgehenden waren 3 Classen z † y † x. und die Wurzel hatte auch 3 Ziffer 5 4 3.

§. 382. IIter Zusatz. Wenn das Product 2 a b † b b grösser wäre, als die Ziffer, wovon es solle abgezogen werden, ist es ein Zeichen, daß ich den Quotum selbesmal zu groß genommen; derogen muß ich ihn um eines kleiner machen, und die Operation wiederholen, und zwar dieß so lang, bis die Subtraction geschehen könne.

§. 383. IIIter Zusatz. Wenn der Divisor, nämlich 2a grösser ist, als der Dividendus so ist der Quotus 0. nach dem wird die neue Classe herab geschrieben, und die Operation wie sonst fortgesetzet.

§. 384. Anmerkung. Um in allen diesen Beobachtungen sich zu üben, taugen diese Exempel.

□97515625 √9875
□927324304 √30452
□96216481 √9809
□81078016 √9004
□22716 √154
□207025 √455

IVtes Hauptstück.
Von Ausziehung der Cubicwurzel.

Iste Aufgab.

§. 385. Wenn der Cubus nicht über 3 Ziffer hat.

Auflösung. Ich suche §. 379. den gegebenen Cubum, und finde die darüber stehende Wurzel.

IIte Aufgab.

§. 386. Wenn der Cubus über 3 Ziffer hat. Z. E. 160103007.

Auflösung. 1mo. Ich schneide die gegebene Ziffer von meiner rechten an zu drey und drey ab z. E.

$$\begin{array}{c|c|c} z & y & x \\ 160 & 103 & 007 \end{array}$$

2do. Suche ich §. 379. den nächst kleinern Cubum als z. in diesem Exempel 125 (wenn nicht z selbst eine solche Cubic-Zahl ist: denn hernach nimmt man aus §. 379. den nämlichen Cubum.

3tio. Die Wurzel des gefundenen Cubi schreibe ich wie einen Quotum hinten an, und nenne ihn a. In diesem Exempel ist die Wurzel von 125 = 5. Es steht nun also:

$$\begin{array}{c|c|c} z & y & x \\ 160 & 103 & 007 \end{array} \left[\begin{array}{c} a \\ 5 \end{array} \right.$$

4to. Den Cubum selber subtrahire ich von z hier 125 von 160. also

z	y	x	
160	103	007	[a 5
125			
35			

5to. Zum Rest z schreibe ich den Abschnitt y herunter, wie folget:

z	y	x	
160	103	007	[a 7
125			
35	103		

6to. Nun schreibe ich auf ein besonders Papier die Cubic-Formul $3\,aab + 3\,abb + bbb$: weil aaa schon weg ist, und nun in jenem die ganze Operation enthalten ist.

7mo. Folglich nehme ich 3 aa, das ist, ich nehme meinen Quotum mit sich selber multiplicirt 3mal, im Exempel $5 \times 5 \times 3 = 75 = 3\,aa$, und dividire damit das linke Ziffer y und den Rest von z. im gegebenen Exempel sage ich 75 in 351. oder 7 in 35 ist 4mal.

NB. Es wäre zwar 5mal darinn, allein in nachgehenden würde sich zeigen, daß man den Quotum zu oft genommen, derowegen müßte alles wiederholet werden.

8vo. Diesen Quotum nun schreibe ich zum anderen a und nenne diesen b. sieh n. 10. das Exempel.

9no. Itzt mache ich ein Product 3aab † 3abb † bbb um selbes von y und dem Rest z abzuziehen auf diese Weise:

3aa	=	75..
3ab	=	60.
bb	=	16
3aa † 3ab † bb	=	8116.

NB. Man muß auch die Puncten wie hier schreiben, nämlich bey 3aa zwey, und bey 3ab eines, weil sie Nullen bedeuten.

Nun habe ich 3aa † 3ab † bb

Ich muß aber 3aab † 3abb † bbb haben, dieses bekomme ich, wenn ich 3aa † 3ab † bb nochmal mit b multiplicire also:

3aa † 3ab † bb	=	8116
b	=	4
3aab † 3abb † bbb	=	32464

10mo. Dieses Product schreibe ich unter y und den Rest von z. und subtrahire es. Im gegenwärtigen Exempel schreibe ich 32464 unter 35103, subtrahire es, und merke den Rest also:

z	y	x	a b
160	103	007	5 4
125			
35	103		
7	5		
32	464		
2	639		

11mo. Zu diesem Rest schreibe ich die künftige Classe x und operire gänzlich wie n. 7. 8. 9. 10. nur beobachte ich wiederum, daß ich die zwoen ge-

fundenen Quotos a † b zusamm nehme, und beyde zusamm a heisse. Ich schreibe also:

$$\left\{ \begin{array}{cc} a\,b & \overbrace{\quad A \quad} \\ \not{8}\,\not{4} & 5\,4 \end{array} \right.$$

Dieses Exempel auszumachen, nachdem ich x zum Rest herab geschrieben, stehet es also:

z	y	x
160	103	007
125		
35	103	
7	5	
32	464	
2	639	007

$$\left\{ \begin{array}{cc} a\,b & \overbrace{\quad A \quad} \\ \not{8}\,\not{4} & 5\,4 \end{array} \right.$$

Ich fange von n. 7. an, und nehme 3 aa von $\overbrace{\quad A \quad}$ 54

das ist 8748. und dividire damit die linke Zahl von x und den Rest y † z nach n. 7. ich sage 8748 ist in 26390 oder 8 in 26 ist 3mal, diesen Quotum schreibe ich zum A, und nenne ihn B, das Exempel steht itzt so:

z	y	x
160	103	007
125		
35	103	
7	5	
32	464	
2	639	007
	874	8

$$\left\{ \begin{array}{ccc} a\,b & \overbrace{\quad A \quad} & B \\ \not{8}\,\not{4} & 5\,4 & 3 \end{array} \right.$$

Ich

Ich formire wieder das Product 3 aab † 3 abb † bbb wie n. 9. also
a = 54. b = 3. folglich

3aa	=	8748..
3ab	=	486.
bb	=	9
3 aa † 3 ab † bbx	=	879669x
b	=	3
3aab † 3abb † bbb	=	2639007

Dieses Product subtrahire ich von z † y † x. es stehet nun die ganze Operation also:

		z	y	x
		160	103	007
Cubus minor	=	125		
Rest =	=	35	103	
3 aa als Divisor	=	7	5	
3 aab † 3abb † 3bbb	-	32	464	
Rest	=	2	639	007
3 A A als Divisor	=		874	8
3A AB † 3A BB † 3BBB		2	639	007
		0	000	000

{ ab A B
{ 5̶4̶ 54 3 √C

Und weil nichts mehr übrig ist, ist die gefundene √ C. = 543.

Wäre noch eine Classe da, müßte sie auch herab gesetzet werden, und der bisher gefundene Quotus ganz zusamm a heissen; hernach aber von n. 7. an die nämliche Operation wiederholet werden.

§. 387. Zusatz. Die Cubicwurzel hat so viel Ziffer, als der Cubus Classen hat: hier sind 3. z † y † x. und die √ hat auch 3 Ziffer 543.

§. 388. IIter Zusatz. Wenn das Product 3 a a b † 3 a b b † b b b grösser wäre, als, wovon es solle subtrahiret werden, ist es ein Zeichen, daß ich den Divisor zu oft im Quoto genommen; derowegen muß ich den Quotum um eines kleiner machen, und die Operation wiederholen, und dieß zwar so oft, bis die Subtraction geschehen könne.

§. 389. IIIter Zusatz. Wenn der Divisor 3 a a grösser ist, als der Dividendus, so ist der Quotus 0. nachdem wird die künftige Classe herabgeschrieben, und die Operation wie sonst fortgesetzet, von n. 7. an.

§. 390. Anmerkung. Um sich zu üben können folgende Exempel dienen.

Cubus.	28233879705408	√C 30452.
Cubus.	962966796875	√C 9875.

Vtes Hauptstück.

Einige Anmerkungen über die Ausziehung der Wurzeln in Ziffern.

§. 391. Wie eine verdrüßliche Arbeit es seye, die Wurzeln aus dem Quadrat und Cubo ausziehen, wird jederman eingestehen, der sich damit zu beschäftigen hat; derowegen habe ich da eine Anmahnung hersetzen wollen, wie man der Müh wo nicht ganz, doch zum Theil abhelfen könne. Es sind schon vor diesem alle Zahlen bis auf 10000 zu dem Quadrat und bis auf 1000 zum Cubo erhoben worden. Itzt findt man in den Büchern

chern von Sinibus und Tangentibus alle Quadraten und Cubos bis auf 1000. Hieraus erfolgt, daß ich alle vollkommene Quadrat, die nicht über 6 Ziffer haben, und alle Cubos, die nicht über 9 Ziffer haben, mit ihren Wurzeln blos durch aufsuchen in jenen Büchlein finden möge. z. E. Es seye gegeben das □ 982081. Ich suche diese Zahl unter den Quadraten, und finde dabey die Wurzel √ 991. Item es seye gegeben der Cubus 895841344. diese Zahl suche ich unter den Cubis, und finde dabey die √ C. 964.

§. 392. Allein die Quadrata und Cubi sind nicht allezeit vollkommene Quadrata oder Cubi; auch in diesen Fällen kann man sich jener Bücher mit Vortheil gebrauchen, indem man wenigst sieht, welche Wurzel zu groß, und welche zu klein ist, folglich wohin die gesuchte hinein gehöre.

§. 393. Ubrigens kann man in jenen Fällen, wo die Quadrata oder Cubi keine vollkommene Quadrata oder Cubi sind, die Wurzel doch sehr genau und durch Näherung bestimmen, wenn man etliche Nullen zu ihnen setzet, und hernach die Operation wie bey anderen Fällen vornimmt; denn man bekömmt die Wurzel in Decimal Theilen desto näher, desto mehr man Nullen beysetzt, und zwar zu Quadraten müssen die Nullen 2 und 2. das ist, 00. 00. rc. zu den Cubis aber 3 und 3. das ist, 000. 000. rc. gesetzet werden. z. E. wenn ich die √ von 18 als einem unvollkommenen Quadrat haben möchte, und vierzehen Nullen zu 18 setze, bekomme ich durch Näherung die Wurzel

$$4,2426406''''''' \text{ oder } 4 + \frac{2426406}{10000000}$$

§. 394.

§. 394. Wenn aus Brüchen die Wurzel solle gezogen werden, muß man sie besonders aus dem Zehler, und wieder besonders aus dem Nenner ausziehen z. E. $\frac{16}{25} \surd \frac{4}{5}$ Item $\frac{27}{64} \surd C \frac{3}{4}$

§. 395. Zusatz. Ein Bruch kann demnach zu einer höheren Potenz erhoben werden, wenn man sowol den Zehler als Nenner zur begehrten Potenz erhebet. z. E.

$\frac{5}{6} \square \frac{25}{36}$ Item $\frac{2}{3}$ Cubus $\frac{8}{27}$

§. 396. Anmerkung. Die Prob von Ausziehung der Quadratwurzel geschieht, wenn man die gefundene Wurzel mit sich selber multipliciret, und das vorige Quadrat herauskömmt. Also muß auch durch Multiplication der Wurzel in ihr Quadrat der vorige Cubus herauskommen, wenn die rechte Cubicwurzel erfunden worden.

VItes Hauptstück.

Von Ausziehung der Quadrat-Wurzel algebraisch.

§. 397. NB. Man brauchet mit Buchstaben eben jene Method, die man mit Ziffern (§. 380.) beobachtet, und merket sich nur fleißig die Quadrat Formul von binomischen Wurzeln: aa † 2 ab † b b, weil wir in unseren Auflösungen

alle

alle Wurzel als binomisch ansehen, wenn sie gleich mehr Ziffer oder Buchstaben haben, wir wollen einige Exempel beysetzen.

§. 398. Es seye das $\square\ xx + 2xz + zz$ {
Ich sage 1mo. die Wurzel von xx ist x diese schreibe ich hinaus, a
und nenne es a { $xx + 2xz + zz$ { x
das Quadrat aber davon xx subtrahire ich vom $\square\ xx$ &c. bleibt $2xz + zz$
Nun nehme ich $2a$ (§. 380.) das ist $2x$ und dividire damit $2xz$, der Quotus ist z. diesen schreibe ich zum vorigen Quoto und heisse ihn b $\begin{cases} a & b \\ x + z \end{cases}$
Itzt mache ich das Product $2ab + bb = 2xz + zz$ und subtrahire es vom vorigen Rest $2xz + zz$. weil nun nichts übrig ist, so ist $\sqrt{\ } x + z$.
Das ganze Exempel stehet also:

$$xx + 2xz + zz \ \{ \ x + z = \sqrt{\ }$$
$$- xx$$
$$\overline{\qquad\qquad}$$
$$o + 2x$$
$$- 2xz - zz$$
$$\overline{\qquad\qquad\qquad}$$
$$o \qquad o$$

§. 399. IItes Exempel.

$\square\ xx + 6xy + 9yy + 2xz + 6yz + zz$

Ich sage (§. 380.) die Wurzel von xx ist x. das schreibe ich als einen Quotum, und heisse es a. das Quadrat aa aber oder xx subtrahire ich vom ganzen Quadrat: bleibt

$6xy + 9yy + 2xz + 6yz + zz$ $\begin{cases} a \\ x \end{cases}$

Nun nehme ich $2a$ (§. cit. n. 7.) das ist $2x$ und dividire damit $6xy$. der Quotus ist $3y$. den schreibe

be ich zum vorigen und nenne ihn b. also $\left[\begin{array}{ll} a & b \\ x & +3y \end{array}\right.$

Nachdem mache ich nach (§. cit. n. 9.) das Product $2ab + bb$ das ist $6xy + 9yy$, und subtrahire es vom vorigen Rest, bleibt $2xz + 6yz + zz$. Itzt nenne ich nach (§. cit. n. 12.) meinen ganzen Quotum $x + 3y$ mit dem Namen a also $\left\{\begin{array}{l} \overbrace{x + 3y}^{A} \end{array}\right.$

Dieses a nehme ich 2mal das ist 2 a nach (§. cit. n. 7.) machet hier $2x + 6y$

Mit diesem dividire ich nach (§. cit. n. 7.) den Rest $2xz + 6yz$. der Quotus ist z. denn 2 x ist in $2xz = z$.

Diesen Quotum schreibe ich zum vorigen a, und nenne ihn b. also $\left\{\begin{array}{l} \overbrace{x + 3y}^{A} \overset{B}{+z} \end{array}\right.$

Ich mache nach (§. cit. n. 9.) das Product $2ab + bb$. das ist $2xz + 6yz + zz$.

Endlich subtrahire ich auch dieses Product vom letzten Rest, es bleibt nichts, so ist die Wurzel $x + 3y + z$.

Es stehet die ganze Operation also:

$$
\begin{array}{l}
xx + 6xy + 9yy + 2xz + 6yz + zz \left[\begin{array}{ll} a & b \\ x & +3y \end{array}\right. \\
xx \\
\hline
0 + 2x \\
-6xy - 9yy \\
\hline
0 \quad\quad 0 \quad + 2x + 6y \\
\quad\quad -2xz - 6yz - zz \quad \left\{\overbrace{x + 3y}^{A} \overset{B}{+z}.\right. \\
\hline
\quad\quad 0 \quad 0 \quad 0
\end{array}
$$

§. 400. Andere Exempel.

□ 169 xx † 208 xy † 64 yy − 442 xz − 272 yz † 289 zz √ = 13 x † 8 y − 17 z.

□ 49 x^6 † 70 x^4 yy † 25 xxy^4 † 12 x^4yz † 90 xxy^3z † 81 xxyyzz √ 7x^3 † 5 xyy † 9 xyz.

VIItes Hauptstück.

Von Ausziehung der Cubicwurzel algebraisch.

§. 401. NB. Auch hier gebrauchet man sich eben der Regeln, wie mit Ziffern.

Z. E. es seye der
Cubus xxx † 3 xxy † 3 xyy † yyy.

Ich nehme 1mo die Wurzel von xxx = x, schreibe sie als einen Quotum und nenne sie a [a / x

Hernach ziehe ich den Cubum a^3 das ist xxx vom gegebenen Cubo ab, bleibt 3 xxy † 3 xyy † yyy. Ich nehme 3 aa das ist 3 xx und dividire im Rest damit 3 xxy. der Quotus ist y.

Den schreibe ich zum vorigen Quoto aa, und nenne ihn b also [a b / x † y

Itzt mache ich 3 aab † 3 abb † bbb das ist 3 xxy † 3 xyy † yyy.

Und subtrahire es vom Rest. Es bleibt nichts, so ist √ C. x † y.

Das

Das Exempel ausgemachet stehet also:

$$xxx + 3xxy + 3xyy + yyy \;\{\; x + y = \sqrt{C}.$$

$$-xxx$$

$$0 \quad + 3xx$$

$$-3xxy - 3xyy - yyy$$

$$0 \quad 0 \quad 0$$

§. 402. **IItes Exempel.**

Cubus $x^3 + 12xxy + 48xyy + 64y^3 + 3xxz + 24xyz + 48yyz + 3xzz + 12yzz + z^3$

Ich sage die Wurzel von x^3 ist x. Ich schreibe sie wie einen Quotum (§. 386.) und nenne sie a, den Cubum aber a^3 das ist x^3 ziehe ich vom gegebenen Cubo ab, es bleibt

$12xxy + 48xyy + 64y^3 + 3xxz + 24xyz + 48yyz + 3xzz + 12yzz + z^3$ $\left[\begin{matrix} a \\ x \end{matrix}\right.$

Nun nehme ich 3 aa (§. n. 7.) das ist 3 xx und dividire damit im Rest 12 xxy. der Quotus ist 4 y. Den schreibe ich zum a und nenne ihn b $\left[\begin{matrix} a & & b \\ x & + & 4y \end{matrix}\right.$

Nachdem mache ich (§. n. 9.) das Product 3 aab + 3 abb + bbb das ist $12xxy + 48xyy + 64y^3$ und subtrahire es vom vorigen Rest, es bleibt noch $3xxz + 24xyz + 48yyz + 3xzz + 12yzz + z^3$

Itzt nenne ich nach (n. 11.) meinen ganzen Quotum x + 4 y zusamm a also $\left\{\begin{matrix} A \\ \overbrace{x + 4y} \end{matrix}\right.$

Dieses a nehme ich 3mal im Quadrat (§. n. 7.) das ist 3 xx + 24 xy + 48 yy und dividire damit den Rest. Ich sage 3 xx ist in 3 xxz so viel als z. diesen Quotum schreibe ich zum a, und nenne ihn b. auf

b. auf solche Weise $\left\{ \begin{array}{l} \overbrace{\text{A} \quad}\ \text{B.} \\ x + 4y + z \end{array} \right.$

Ich mache das Product 3 aab † 3 abb † bbb. das ist 3 xxz † 24 xyz † 48 yyz † 3 xzz † 12 yzz † z^3

Endlich subtrahire ich dieses Product vom letzten Rest es bleibt nichts, so ist die √ C. x † 4 y † z.

Das Exempel ausgesetzt steht so:

$$\left[\begin{array}{c} \sqrt{C.} \\ x + 4y + z \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} x^3 + 12xxy + 48xxyy + 64y^3 + 3xxz + 24xyz + 48yyz + 3xzz + 12yzz + z^3 \\ \underline{x^3} \\ 0 + 3xx \\ \underline{-3xxy - 48xxyy - 64y^3} \\ \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad + 3xx \\ \qquad \underline{-3xxz - 24xyz - 48yyz - 3xzz - 12yzz - z^3} \\ \qquad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \end{array}$$

§. 403. Wer sich mehr üben will, mag auch künftigen Cubum machen.

$$x^6 + 6x^5 z + 24x^4 zz + 56x^3 z^3 + 18x^5 y + 72x^4 zy + 216x^3 zzy + 108 x^4 yy + 216x^3 zyy + 216x^3 y^3 + 96 xxz^4 + 288 xxz^3 y + 432 xxzzyy + 96 xz^5 + 288 xz^4 y + 64z^6 \quad \sqrt{C} = xx + 6xy + 4zz + 2xz$$

§. 404. Anmerkung. Jener wird sich umsonst an die algebraische Ausziehung der Wurzeln wagen, der nicht zuvor im algebraischen **Multipliciren und Dividiren** vollkommen geübet ist; derowegen wir Anfängern wollen gerathen haben, jenes vorher zu erlernen, ohne welchem nachkünftiges nicht zu verstehen ist. Uberhaupt solle nichts in diesem Werklein übergangen werden, sondern man muß Schritt für Schritt gehen, wenn man nicht auf einmal anstehen will. Weder die Zeit, weder das Papier, weder die mathematische Method, weder die Vernunft erlaubet bey jeder neuen Beschwerniß ganz von neuem und von forne anzufangen, sondern bey dem nachkommenden wird das vorgehende als schon begriffen zu seyn voraus gesetzet. Selbst Cicero rechtfertiget diese Art zu lehren, er sagt: **Diese Gewohnheit ist der Mathematiker . . . denn die Feldmesser, da sie etwas lehren wollen, wenn was zur Sache gehöret, was sie vorher gelehret, nehmen sie es für eingestanden und bewiesen an, erklären aber itzt jenes, von dem vorher nichts geschrieben ist worden.** QQ. Tuscul. L. 5.

Rechenkunst.

VItes Buch. Einleitung zur Algebra.

Ites Hauptstück.

Definitiones. Erklärungen.

§. 405. Was die Algebra seye, ist oben 109. §. erkläret worden. Sie ist eine allgemeine Rechenkunst, welche meistens mit Buchstaben verrichtet wird, ich sage meistens: denn obwohl es möglich ist, ganz und gar ohne Ziffer mit Buchstaben rechnen, so geschieht doch öfter, daß man einige Coefficientes 2c. mit Ziffern ausdrücke, welches in vielen Fällen die Aufgaben klärer machet, wo zu letzt doch die Buchstaben mit Ziffern müssen aufgelöset werden.

§. 406. Zusatz. Hier muß man alles jenes voraus setzen, was von n. 109. an im ganzen zweyten Buch ist abgehandelt worden; denn wir hier nicht erst die algebraische vier Rechnungs Arten belehren werden, sondern, was dieß anbetrift, uns allein auf schon gesagtes bewerfen.

§. 407. Anmerkung. Neben den vier Rechnungs Arten solle auch absonderlich das 1. 2. und 3. Hauptstück des gemeldeten Buches von neuem gelesen und gemerket werden; über das aber ist auch folgendes wohl zu begreiffen:

§. 408. Problema. Eine Aufgab heißt in der Algebra jede Frage, welche aufgelöset solle werden.

§. 409. Problema determinatum ist, welches nach ihren Bedingnissen also eingeschränket ist, daß man die Aufgab nur auf eine gewisse Grösse allein auflösen kann. Z. E. eine Zahl finden, welche mit einer andern 100. ausmachet, und um 26 kleiner ist, als dieselbe; diese Bedingnissen kommen der einzigen Zahl 37 zu, welche mit 63 just 100 machet, und um 26 kleiner ist.

§. 410. Problema indeterminatum ist, wenn nach Beschaffenheit der Bedingnissen eine Aufgab von verschiedenen Grössen kann aufgelöset werden. z. E. zwo Zahlen finden, deren Summe dem Quadrat der kleinern gleich seye. Dieses kann von gar vielen zweyen Zahlen wahr seyn. z. E. 4. 12. oder 6. 3.

§. 411. Denominatio heißt in der Algebra die Benamsung der in der Aufgab vorkommenden Grössen.

§. 412. **Anmerkung.** Die bekannten Grössen einer Aufgab schreibt man entweders mit ihren Ziffern, oder mit den ersten Buchstaben des Alphabets a, b, c 2c. die unbekannten aber benamset man mit den letzten Buchstaben x, y, z 2c. z. E. es seye die Aufgab: 3 haben 100 fl. der zweyte habe 4 fl. mehr als der erste, und der dritte 6 fl. mehr als der erste; vom ersten weiß ich gar nichts, so nenne ich ihn x; den 2ten nenne ich x † 4 oder x † a, den 3ten x † 6, oder x † b, die Summe 100 nenne ich c. Dieß heißt Denominatio.

§. 413. Æquatio eine Gleichung heißt man, wenn die Grössen also in Theile abgesöndert werden,

den, daß sie einander gleich seyen. z. E. in voriger Aufgab §. 412. sage ich die Summe des ersten x † der Summe des andern x † a, † der Summe des 3ten x † b sind gleich 100. oder kürzer 3 x † a † b = 100.

§. 414. Æquatio pura oder simplex ist, wenn das unerkannte Glied der Gleichung zu keiner Dignität erhoben ist. z. E. x † a = b † c.

§. 415. Æquatio composita ist, wenn ein unerkanntes Gleichungsglied etwas von einer Dignität in sich hat. z. E. x x † a x = c. und zwar heißt man Æquationem quadratam, oder duarum dimensionum, wenn das Gleichungsglied etwas von einem Quadrat hat, Æquationem cubicam oder trium dimensionum, wenn es was von einem Cubo hat. z. E. x^3 – a b x = a c c.

NB. Dergleichen Æquationes, wo die Potenzen nicht vollkommen nach den Wurzeltheilen da sind, heißt man æquationes affectas. z. E. x x † a x = c. es geht das Quadrat von $\frac{1}{2}$ a ab.

§. 416. Resolutio heißt die Ausfindigmachung des jenigen, was man vermög der Aufgab suchen sollte. z. E. wenn ich §. 412 finde, daß x = 30 seye; denn x † 4 = 34. und x † 6 = 36. folglich 3 x † a † b = 100, so heißt dieß die Auflösung der Aufgab.

§. 417. Metathesis, oder Antithesis heißt die Versetzung der Theile aus einer Gleichung in die Nebengleichung also, daß wieder eine Gleichung herauskomme. z. E. es seye 4 † 7 = 3 † 8. so ist durch Versetzung 7 — 3 = 8 — 4.

§. 418. Transformatio ist, wenn man gewissen Gliedern andere Nåmen giebt. z. E. es seye $xx - 2ax = ab$. wenn ich für x setze $z + a$, kann ich statt jener Gleichung $xx - 2ax$ diese bekommen $zz - aa = ab$; denn xx wird $= zz + 2az + aa$ und $-2ax$ wird $= a - 2a \times z + a = -2az - 2aa$. zusamm $zz + 2az + aa - 2az - aa = zz - aa$.

§. 419. Hypobibasmus ist eine Verniedrigung aller Glieder zu einer kleinern Potenz. z. E. es seye $x^4 + 2ax^3 = bbxx$. da kann ich alle Glieder um zwo Potenzen erniedrigen, wenn ich überall xx abziehe, es bleibt $x^2 + 2ax = bb$.

§. 420. Parabolismus heißt, wenn man alle Glieder durch eine nåmliche Grösse dividiret. z. E. es seye $axx + 2abx = bbcc$. per Parabolismum $xx + 2bx = \frac{bbcc}{a}$. wobey zu merken, daß man den Divisorem im dividendo, wo er ist, nur auslasse. §. 165.

§. 421. Isomeria heißt, wenn alle Glieder durch die nåmliche Grösse multipliciret werden. z. E. es seye $x^3 + axx - \frac{bccx}{a} = abb$. per Isomeriam $ax^3 + aaxx - bccx = aabb$. NB. Wo die multiplicirende Grösse als ein Divisor steht, darf man sie nur auslassen, wie das a im vorgehenden.

§. 422. Zusatz. Per Isomeriam kann man die Brüche aus Gleichungen wegbringen, wenn man mit dem Nenner alle andere Glieder multipliciret.

z. E.

z. E. $\frac{a}{b} + c = d - e$ per Isomeriam $a + bc = bd - be$.

IItes Hauptstück.

Auflösung der Gleichungen.

Ister Abschnitt.

Auflösung der Gleichungen durch die Addition oder Subtraction, das ist per Antithesin.

Per Additionem. **Regel.**

§. 423. Wenn in einer Gleichung eine Grösse per Subtractionem da ist, das ist, wenn die Grösse das Zeichen $-$ hat, kann man dergleichen Grösse aus der Gleichung wegbringen, wenn mans in beyden Nebengleichungen addiret, das ist, wenn mans in die Nebengleichung versetzt, und das Zeichen $+$ darzusetzt. z. E. es seye $a - b = c + d$. Ich sage den Mangel b wegzubringen müsse man beyderseits ein b addiren, oder kürzer zu geben das b in die Nebengleichung mit dem Zeichen $+$ versetzen also $a = c + d + b$.

Beweis. Wenn beyderseits $+ b$ addiret wird, stehet die Gleichung also: $\begin{array}{l} a - b = c + d \\ \quad\ + b \qquad + b \end{array}$ kurz $a = c + d + b$. Es geschieht aber eben dieß mit Versetzung des b und Beysetzung des Zeichen $+$. w. z. E.

Per Subtractionem. **Regel.**

§. 424. Wenn in einer Gleichung eine Grösse mit dem Zeichen † stehet, kann man derley Grösse aus der Gleichung wegbringen, wenn man sie in beyden Nebengleichungen subtrahiret, das ist, wenn man sie in ihre Nebengleichung mit dem Zeichen — versetzet. z. E. es seye a † b = c † d. Ich sage das b. z. E. weg zu bringen müsse man b beyderseits subtrahiren; oder kürzer das b mit dem Zeichen — in ihre Nebengleichung versetzen, also a = c † d — b.

Beweis. Wenn beyderseits b subtrahiret wird, stehet die Gleichung so: a † b = c † d kurz a = c
— b — b

† d — b. Es geschieht aber das nämliche mit blosser Versetzung unter dem widrigen Zeichen. w. z. E.

§. 425. **Zusatz.** Durch die Versetzung kann man alle Glieder einer Gleichung in die Nebengleichung hinüberbringen, ohne daß die Gleichheit aufgehoben werde; weil durch die Versetzung beyderseits gleich viel addiret oder subtrahiret wird. §. 423. 424. folglich die Gleichung bleibt. §. 49.

Z. E. 4 a — 5 b † 6 x = 3 a † 6 b — 4 x. ist per Antithesin. 6 x † 4 x = 3 a — 4 a † 6 b † 5 b.

Item: 21 a † 3 b — x — d = 3 x † 2 a † 2 b † d. giebt per Antithesin. 21 a — 2 a † 3 b — 2 b — d — d = 3 x † x.

IIter **Zusatz.** Hieraus folget, daß wenn man einerseits ein Glied allein in einer Gleichung haben will, man alle andere mit dem Gegenzeichen in die Nebengleichung versetzen müsse. z. E. von x † b — c = d

$= d + b$ das x einerseits allein zu haben versetzet man $+ b - c$ in die Nebengleichung mit den Gegenzeichen $- b + c$ und so wird $x = d + b - b + c$.

Item von $bc - cd = x + b$. das x allein zu haben schreibe ich $bc - cd - b = x$.

Item. $x + \frac{a+b}{c} = d - e$.

Per Antithesin $x = d - e - \frac{a-b}{c}$.

IIter Abschnitt.

Auflösung der Gleichungen / wo die Glieder per Divisionem da sind, und wie Brüche aussehen, d. i. per Isomeriam, oder *Per Multiplicationem.* Regel.

§. 426. Einen Bruch aus einer Gleichung wegzubringen, werden alle andere Glieder beyder Gleichungen mit dem Nenner des Bruches multipliciret, dort aber, wo er gestanden, glathin ausgelassen. z. E. $x + \frac{d}{c} = b + e$ wird

Per Isomeriam $x + cd = bc + ec$.

Item $\frac{2}{13} z = 30$. wird
Per Multiplicationem. $2z = 30 \times 13 = 390$.

Item $\frac{x}{b} + c = a + d$. wird
Per Multiplicationem $x + cb = ab + db$.

§. 427. Beweis. Wenn gleiche Grössen mit gleichen multipliciret werden, sind die Product auch gleich (§. 49.) nun das geschieht in unserer Method; denn daß alle andere Nebentheile multipliciret werden, ist in Hypothesi: daß aber die Auslassung des Divisoris eine Multiplication desselben Gliedes seye, folget daher, daß der Bruch $\frac{x}{b}$ dem Quoto gleich seye (§. 166.) folglich ist x gleich dem Dividendo. Nun aber bringt die Multiplication des Quoti in den Divisor den Dividendum herfür (§. 148.) folglich ist x das Product vom Quoto in Divisorem. w. z. E.

§. 428. Zusatz. Wie Brüche aus den Gleichungen wegzubringen, ist schon oben erwehnet worden. (§. 422.)

IIIter Abschnitt.

Auflösung der Gleichungen / wo die Glieder per Multiplicationem da sind, d. i. per Parabolismum, oder

Per Divisionem. Regel.

§. 429. Wenn in einer Gleichung multiplicirte Grössen da sind, kann man selbe auflösen, wenn man eine davon in dem multiplicirten Glied auslässt, und damit alle andere Glieder dividiret. z. E. $cz = bd$. giebt

Per Divisionem. $z = \frac{bd}{c}$

Item $cz - bd = ag + de$. giebt

Per

Per Divisionem. $z - \frac{bd}{c} = \frac{ag + de}{c}$

§. 430. Beweis. Wenn gleiche Grössen mit gleichen dividiret werden, sind die Quoti auch gleich (§. 298.) das aber geschieht in unserer Methode; denn erstens werden alle Nebenglieder dividiret mit Unterschreibung des Divisors, hernach wird auch das multiplicirte Glied dividiret, weil der Divisor ausgelassen wird: denn c z : c giebt im Quoto z. so ist dann z der Quotus. w. z. E.

IVter Abschnitt.

Auflösung der Gleichungen, wenn die Glieder vollkommene Potenzen einschliessen.

Per Extractionem. Regel.

§. 431. Man versetzet die Theile also per Antithesin, daß auf einer Seite die Potenz allein stehen bleibe; nachdem zieht man aus beyden Gleichungen die Wurzel der Potenz heraus. z. E. es seye $zz + bc = bd$.

Per Antithesin. $zz = bd - bc$.
Per Extractionem. $\sqrt{z} = \sqrt{bd - bc}$.

Item. $z^3 - baa = cdd + eff$
Per Antithesin. $z^3 = cdd + eff + baa$

Per Extractionem. $\sqrt{z} = \sqrt{C\, cdd + eff + baa}$

Beweis. Weil eine Gleichheit zugegen, so ist beyderseits die nämliche Wurzel: wenn man nun dieselbe beyderseits auszieht, bekömmt man die Wurzel. w. z. E.

§. 432.

§. 432. Zusatz. Wenn die Potenzen unvollkommen da sind, muß man sie vollkommen machen, da man beyderseits jenes darzuthut, was ermangelte. z. E. es seye $zz + az = bc$. Ich sehe, daß in der ersten Gleichung das Quadrat von dem Nebentheil der binomischen Wurzel abgehe: denn eine binomische Wurzel bestehet aus dem Quadrat des ersten, und dem Quadrat des anderen, und einem doppelten Product des ersten in den anderen Theil. Nun ist zz das Quadrat des ersten Theiles, und damit az ein doppeltes Product in den anderen Theile werde, muß der andere Theil $\frac{1}{2}a$ seyn: denn $\frac{1}{2}a \times z = \frac{1}{2}az$, und zweymal genommen ist es $= az$, folglich ist das mangelnde Quadrat $\frac{1}{2}a \times \frac{1}{2}a = \frac{1}{4}aa$. Dieses Quadrat setze ich zu beyden Nebengleichungen also $zz + az + \frac{1}{4}aa = bc + \frac{1}{4}aa$. Nachdem ziehe ich von beyden Gleichungen die Wurzel, so wird $z + \frac{1}{2}a = \sqrt{bc + \frac{1}{4}aa}$

§. 433. Anmerkung. Dergleichen Auflösungen heißt man Æquationes affectas auflösen. Hierzu aber wird erfordert, daß man wohl wisse, aus was für Theilen die Potenzen bestehen müssen, und wie sie entspringen können.

Vter Abschnitt.

Wenn in einer Gleichung zwey unerkannte Glieder stehen, wie eines davon, insofern es die Bedingnissen der Aufgab zulassen, auszumusteren?

§. 434. Iste ARt. Man setzet anstatt jener Gleichung, die jene zweyte unbekannte Grös-

Grösse in sich hat, eine andere Nebengleichung, welche dieser gleich ist, aber jene unerkannte Grösse nicht in sich hat.

Z. E. Es seye $2z + a = y + b$.

Ich möchte wegen ferneren Bedingnissen gern das y weg haben. So mache ich per Antithesin $2z + a - b = y$ so oft nun y fürkömmt, setze ich dafür $2z + a - b$.

Der Beweis ist, daß man anstatt eines Gleichen sein Gleiches nehmen könne. (§. 207.)

§. 435. IIte Art. Nach Umstand der Glieder erhebt man die Nebengleichung, oder erhebt selbe, in welcher das zweyte unerkannte Glied stehet, bis sie der anderen gleich werde. Nachdem vertauscht man die Gleichung mit der andern.

Z. E. Es seye

$$3x + 4y = a \text{ so ist } \left[\begin{array}{l} 4y = a - 3x \\ 2y = b - 5x \end{array}\right.$$
$$\text{und } 5x + 2y = b$$

Ich sehe, daß 4 y das doppelte von 2 y seye; derowegen verdopple ich die Gleichung $2y = b - 5x$ und bekomme $4y = 2b - 10x$. Nun sehe ich, daß ich 4 y habe, wie in der ersten Nebengleichung, denn es war jene $4y = a - 3x$, und diese $4y = 2b - 10x$. Nun die 4 y auszumustern vertausche ich nur die Nebengleichung, und bekomme $a - 3x = 2b - 10x$.

Der Beweis ist wie im vorigen.

§. 436. IIIte Art. Es werden die zwo Hauptgleichungen unter einander gesetzet: nachdem multipliciret man mit dem Coefficienten jenes Glieds, wel-

welches man gern weg hätte, die ganze untere Gleichung. Eben dieß geschieht mit jenem Coefficienten des unteren Glieds in die obere Gleichung. Endlich wird die kleinere von der grössern Gleichung abgezogen.

Z. E. es seye 1ste Gleichung $3x + 4y = a$
2te Gleichung $5x + 2y = b$

Ich möchte y weg haben, so multiplicire ich erstens mit 4 die untere Gleichung: es kömmt

$$20x + 8y = 4b.$$

Hernach multiplicire ich mit 2 die ganze obere Gleichung, es kömmt $6x + 8y = 2a$.

Es steht also: $20x + 8y = 46$
$6x + 8y = 2a$

Die kleine subtrahirt giebt $14x = 4b - 2a$

§. 437. Beweis. Wenn eine Gleichung mit der nämlichen Zahl multipliciret wird, bleibt die Gleichung (§. 49.) Nun wird die ganze obere Gleichung durch eine Zahl multipliciret, und nachdem auch die untere. So bleibt ihre Gleichheit; weil aber eines ist 2×4 oder 4×2. so mußte bey der unerkannten Grösse das nämliche Product 8y herauskommen. Nun haben wir einerley Benennung der unerkannten Grösse, welche wenn wir von einander abziehen, 0 bleibt: weil $8 - 8 = 0$ ist. Folglich wird die unerkannte Grösse ausgemustert. w. z. E.

VIter Abschnitt.

Universal Method / wie alle algebraische Aufgaben aufzulösen.

Regel.

§. 438. Istens Geschieht die Benennung der in der Aufgab vorkomenden Umstände. Die bekannten werden mit a, b, c rc. die unbekannten aber mit z, y, x, rc. (§. 412.) benennet: wenn man nicht entweders aus den Umständen oder sonst eine andere Benennung tauglischer zu seyn erkennet.

§. 439. IItens nach Umstand der Aufgab machet man eine Gleichung, das ist eine Abtheilung der Buchstaben, daß beyderseits der nämliche Werth da stehe; bisweilen sind nach Erforderung der Aufgab zwo Gleichungen zu machen. Wo man muß bedacht seyn nach dem 4ten Abschnitt von §. 434. an, eines der unerkannten Glieder auszumusteren.

§. 440. IIItens geschieht die Auflösung nach vorgehenden Abschnitten auf solche Art:

§. 441. 1stens versetzet man per Antithesin die Glieder also, daß einerseits lauter erkannte Glieder stehen.

2tens. Will man ein Glied, das durch Addition da ist, wegbringen, geschieht es per Subtractionem §. 424.

3tens. Will man aber ein Glied, das durch Subtraction da steht, weg haben, geschieht es per Additionem. §. 423.

4tens. Die Brüche hebt man auf per Isomeriam nach §. 426. d. ist per Multiplicationem.

5tens. Multiplicirte Glieder hebt man auf per Parabolismum nach §. 429. d. i. per Divisionem.

6tens. Die Potenzen werden per Extractionem √ aufgelöset, nach §. 431.

7tens. Wenn mehr Gleichungen da sind, suchet man sie auf was immer für eine Art nach vorgemeldeten zu verbinden, um endlich einer Seits lauter bekannte, anderer Seits aber eine einzige unerkannte Grösse zu bekommen.

8tens. Bisweilen ist es vortheilhaftig eine Transformationem æquationis §. 418. vorzunehmen, oder per Hypobibasmum die Glieder zu erniedrigen. §. 419.

§. 442. **Anmerkung.** Es kommen nicht allezeit alle diese Reglen vor. Man gebrauchet sich also nur jener, die zur Aufgab taugen, bald eine, bald zwo, blad eine öfters, und so weiters; derowegen man auch nicht an die Ordnung gebunden ist, wie diese Regeln da stehen. Man kann sie nach Gedunken ehender zur Auflösung zu gelangen, nach Belieben vermischen; es muß aber dieses so lang geschehen, bis auf einer Seite die unerkannte und gesuchte Grösse mit den anderen erkannten in einer Gleichheit stehe. Die Sache wird in Exempeln klärer werden

§. 443. **1stes Exempel.** Es seye

$$3x + 4a = 2x + 3b.$$

Auflösung per Subtractionem.

$$3x = 2x + 3b - 4a.$$

Per

Per Antithesin. $2x - 2x = 3b - 4a.$
Kürzer. $x = 3b - 4a.$

---

§. 444. 2tes Exempel. Es seye

$$6x - ab = 4x + bc.$$

Auflösung per Additionem.

$$6x = 4x + bc + ab.$$

Et per Antithesin. $6x - 4x = bc + ab.$
Kürzer. $2x = 6c + ab.$
Endlich per Divisionem. $x = \frac{bc + ab}{2}$

---

§. 445. 3tes Exempel. Es seye

$$\frac{x}{c} + ab = 2d + bc.$$

Auflösung per Multiplicatorem.

$$x + abc = 2cd + bcc.$$

Et per Antithesin. $x = 2cd + bcc - abc.$

---

§. 446. 4tes Exempel. Es seye

$$xc + 3a = 3d - ac.$$

Auflösung per Antithesin.

$$xc = 3d - ac - 3a$$

Et per Divisionem. $x = \frac{3d - ac - 3a}{c}.$

---

§. 447. 5tes Exempel. Es seye

$$xx - a = b + c + d$$

Auflösung per Antithesin.

$$xx = b + c + d + a.$$

Et

Et per Extractionem. $x = \sqrt{b + c + d + a}$

Mehr Exempel werden künftige Aufgaben an die Hände geben.

IIItes Hauptstück.

Problemata algebraica determinata.

1ste Aufgab.

§. 448. Aus erkannter Summe und Differenz zwoer Grössen die Grössen selber finden.

Z. E. Petrus und Paulus haben mit einander 600 fl. Paulus hat 100. fl. mehr als Petrus. Frag, was hat ein jeder?

1mo. Benennung. 600 heisse a, 100 heisse b, die Summe Petri heisse x, so hat Paulus $x + 100$. oder $x + b$..

2do. Gleichung. Weil sie zusamm a haben, so ist $x + x + 100 = a$. Kürzer $2x + b = a$

3tio. Auflösung per Subtractionem $2x = a - b$.

Et per Divisionem.

$$x = \frac{a - b}{2} \text{ das ist } x = \frac{600 - 100}{2}$$

So ist $x = 250$. fl.

Prob. $x = = = = 250$

$x + b = 250 + 100 = 350$

$2x + b = = 600$. fl. w. z. E.

2te

2te Aufgab.

§. 449. Aus unerkannter Vermengung etlicher Zahlen mit einander die Zahlen selber finden.

Z. E. 3 Personen gaben Geld aus: die Zahl des 1sten mit der Zahl des 2ten machte 40 fl. die Zahl des 2ten mit der Zahl des 3ten machte 20 fl. die Zahl des 3ten mit jener des 1sten machte 30 fl. frag, was gab ein jeder?

1mo. Benennung $40 = a$, $20 = b$, $30 = c$ Der erste gab x, der 2te y, der 3te z.

2do. Gleichungen

$$\left.\begin{array}{l} x + y = a \\ y + z = b \\ x + z = c \end{array}\right\} \text{vermög der Aufgab.}$$

$$\text{Summe } 2x + 2y + 2z = a + b + c$$

3tio. Auflösung von z. Weil $x + y = a$, so ist $2x + 2y = 2a$. So kann ich anstatt $2x + 2y$ in der Summe $2a$ setzen, also: $2a + 2z = a + b + c$

Et per Antithesin $2z = a + b + c - 2a$.

Kürzer $2z = b + c - a$

Et per Divisionem $z = \frac{b + c - a}{2}$

Auflösung von y, weil $x + z = c$ so ist $2x + 2z = 2c$. so setze ich in der Summe statt $2x + 2z$ diese $2c$ also: $2y + 2c = a + b + c$

Et per Antithesin. $2y = a + b + c - 2c$

Kürzer $2y = a + b - c$

Et per Divisionem. $y = \frac{a + b - c}{2}$

Auflösung von x, weil $y + z = b$, so ist $2y + 2z = 2b$: daher setze ich anstatt $2y + 2z$ in der Summe $2b$ also: $2x + 2b = a + b + c$

Et per Antithesin. $2x = a + b + c - 2b$

Kürzer & per Divisionem $\left\{ x = \frac{a + c - b}{2} \right.$

Folglich ist $x = 25$, $y = 15$, $z = 5$.

Prob. $x + y = 40$.
$y + z = 20$.
$x + z = 30$. w. z. E.

3te Aufgab.

§. 450. Aus der erkannten Summe und Differenzen etlicher Grössen die Grössen selber finden.

Z. E. von einem Rechenmeister fragt ein Lehrjung, wie alt seine 4 Mitschüler seyen? der Lehrer sagt, der 2te ist 2 Jahr älter als der erste: der 3te ist 4 Jahr älter als der zweyte: und der 4te ist 5 Jahr älter als der 3te. Zusamm aber sind sie 59 Jahr alt. Frag: wie alt war ein jeder?

1mo. Benennung. Der erste seye alt x, so ist der 2te alt $x + 2$, der 3te $x + 2 + 4$, oder $x + 6$, der 4te $x + 6 + 5$, oder $x + 11$.

2do. Gleichung. $x + x + 2 + x + 6 + x + 11 = 59$.

Kürzer $4x + 19 = 59$.

3tio. Auflösung per Subtractionem. $4x = 40$.
Et per Divisionem. $x = \frac{40}{4}$

So ist $x = 10$.

Prob.

Prob. $x = 10$

$x + 2 = 12$

$x + 6 = 16$

$x + 11 = 21$

$4x + 19 = 59$ W. z. E.

4te Aufgab.

§. 451. Aus erkannter Summe etlicher Theile und ihrer Verhältniß die Theile selber finden.

Z. E. Unter 3 Arme werden 497. $\frac{1}{4}$ fl. getheilet. Der 2te bekömmt $\frac{1}{3}$ von dem, was der erste bekam: und der 3te bekömmt $\frac{1}{4}$ von dem jenen des 2ten. Frag: was bekam ein jeder?

1mo. Benennung. $497\frac{1}{4}$ fl. heisse a. das Allmosen des 1sten heisse x, so bekam der 2te $\frac{x}{3}$ und der 3te bekam $\frac{1}{4}$ von $\frac{x}{3}$. Das ist $\frac{x}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{x}{12}$. das, was sie zusamm bekommen, war also $x + \frac{x}{3} + \frac{x}{12}$

2do. Gleichung. $x + \frac{x}{3} + \frac{x}{12} = a.$

3tio. Auflösung. Per Isomeriam den ersten Bruch wegzubringen, ist $3x + x + \frac{3x}{12} = 3a.$

Et per Isomeriam auch den 2ten Bruch weg zu haben, ist $36x + 12x + 3x = 36a.$

Kürzer $51x = 36a.$

 Et

Et per Divisionem $x = \frac{36a}{51}$

So ist $x = 306$.

Prob. $x = 306$

$\frac{x}{3} = 153$

$\frac{x}{12} = 38\frac{1}{4}$

$x + \frac{x}{3} + \frac{x}{12} = 497\frac{1}{4}$ W. z. E.

5te Aufgab.

§. 452. Man weiß eine Zahl, die zu subtrahiren ist, wie auch den Multiplicator des Rests, und die Verhaltniß des Products zur gesuchten Grösse. Frag: wie jene Grösse selbst zu bestimmen?

Z. E. Joannes ward gefragt, wie viel er Gulden bey sich habe, er antwortete: wenn man von der Summe 4 abzieht, und den Rest mit 10 multipliciret, so ist das Product gleich der halben Summe. Frag: wie viel hat er?

1mo. Benennung. Die Summe seye x, 4 heisse a, 10 seye b, so ist der Rest $x - a$, das Product wird $xb - ab$, und die halbe Summe wird $\frac{x}{2}$

2do. Gleichung. $xb - ab = \frac{x}{2}$

3tio.

3tio. Auflösung per Isomeriam.

$$2xb - 2ab = x$$

Et per Additionem. $2xb = x + 2ab.$

Per Antithesin. $2xb - x = 2ab.$

Et per Divisionem. $x = \frac{2ab}{2b-1}$

So ist $x = \frac{80}{19} = 4 \frac{4}{19}$

Prob. $xb - ab = \frac{40}{19}$ Nun aber ist $\frac{40}{19} \times \frac{2}{1} = \frac{80}{19}.$

6te Aufgab.

§. 453. Zwo Zahlen finden, die mit einer erkannten Zahl multipliciret um etwas zu viel, und mit einer anderen multipliciret um etwas zu wenig machen, als

Z. E. Ein Fürst hat Unterthanen: er möchte gern von ihnen eine gewisse Summe erheben: gäbe jeder Unterthan 5 fl. giengen zur Summe 3000 fl ab. Gäbe aber jeder 6 fl. so wäre die Abgab 4000 fl. mehr, als jene Summe. Frag, wie viel waren der Unterthanen, und wie groß war die Summe?

1mo. Benennung. Die Zahl der Unterthanen seye x, die Summe heisse z, 5 seye a, und 6 seye b, 3000 heisse c, und 4000 heisse d.

2do. Gleichung. $ax = z - c.$

Per Antithesin. $ax + c = z$ und $bx = z + d.$

3tio. Auflösung. Das z in der Gleichung $bx = z + d$ auszumusteren setze ich darfür $ax + c = z.$ also: $bx = ax + c + d.$

Et per Antithesin. $bx - ax = c + d$

Et per Divisionem. $x = \frac{c + d}{b - a}$

So ist denn $x = 7000$ Unterthanen,

Folglich ist $z = ax + c = 38000$ die Summe.

Prob. $5 \times 7000 = 35000 + 3000 = 38000$

$6 \times 7000 = 42000 - 4000 = 38000$

7te Aufgab.

§. 454. Wenn zwischen zweyen etwas gegen einander verwechselt eine gewisse Verhältniß hat, wie die zwo Grössen zu finden.

Z. E. Ein Bauer und eine Bäurin giengen zu Markt, und trugen Obst. Die Bäurin seufzete wegen dem Last: der Bauer sagte, was seufzest du? wenn ich von dir einen Metzen zu tragen nähme, so trüge ich noch so viel, als dir übrig wär: nähmest du aber einen Metzen von mir, blieb mir so viel, als du tragen würdest. Nun ist die Frag, wie viel beyde Metzen trugen?

1mo. Benennung. Der Bauer trug z
Die Bäurin trug x

2do. 1ste Gleichung $z + 1 = 2x - 2$.

Denn, wenn der Bauer eines von der Bäurin bekömmt, so hat er $z + 1$, sie aber $x - 1$. Weil nun $z + 1$ nach der Aufgab das doppelte von $x - 1$ ist, so ist die Gleichung $z + 1 = 2x - 2$ und per Subtractionem ist $z = 2x - 3$.

2te Gleichung. $z - 1 = x + 1$.

Per Additionem. $z = x + 2$.

3tio.

3tio. Auflösung. Das z auszumustern nehme ich sein gleiches von der ersten Gleichung, und schreibe statt $z = x + 2$ also $2x - 3 = x + 2$.

Et per Antithesin. $2x - x - 3 = 2$.

Kurz. $x - 3 = 2$

Nochmal per Additionem. $x = 2 + 3$

Kurz. $x = 5$.

Nun auch z zu finden nehme ich die zweyte Gleichung $z = x + 2$. und schreibe statt x den 5. so kömt $z = 5 + 2$. Kürzer $z = 7$.

Prob. $7 + 1 = 10 - 2$ nach der 1sten Gleichung.
Und $7 - 1 = 5 + 1$ nach der 2ten Gleichung.

8te Aufgab.

§. 455. Es wird ein Curier geschickt, mit Befehl täglich 10 Meile zu machen. Nach 4 Tägen wird ihm wegen Veränderung der Sachen ein anderer Curier nachgeschickt, und befohlen des Tages 12 Meile zu machen. Nun ist die Frag, im wie vielten Tag der 2te den 1sten Curier einholen werde?

1mo. Benennung. Die Anzahl der Täge heisse x, der tägliche Weeg des 1sten = 10 = a
= = = des 2ten = 12 = b
Die 4 verstrichnen Täge = = 4 = c

2do. Gleichung. $ac + ax = bx$
Denn die vom ersten zu verrichtenden Tagreisen müssen jenen des 2tens vom 4ten Tag an gleich seyn; nun aber hat der erste schon 4mal seinen täglichen Weege gemachet, welcher vom 2ten auch einzubringen. Folglich sind die 4 gemachten und noch zu machenden Tagreisen des ersten gleich denen zu machenden Tagreisen des anderen, bis er ihn einhole; derowegen ist $ac + ax = bx$. 3tio.

3tio. Auflösung per Subtractionem.

$$ac = bx - ax$$

Et per Divisionem. $\frac{ac}{b-a} = x = 20.$

Prob. $40 + 200 = 12 \times 20.$

9te Aufgab.

§. 456. Zwey Botten giengen gegen einander, einer von Salzburg nach München, der 2te von München nach Salzburg. Sie giengen zur nämlichen Zeit weg. Nun machte der Salzburger täglich 1 Meil mehr als der Münchner; sie kommen den 2ten Tag zusamm. München aber ist von Salzburg 18 Meile entfernet. Nun ist die Frag, wie viel jeder Bott des Tages Meile machte, und in was Entfernung von beyden Städten sie zusamm stiessen?

1mo. Benennung. Der Münchner mache den Tag x, folglich in 2 Tägen 2 x.

So machte der Salzburger des Tages $x + 1$. Folglich in 2 Tägen $2x + 2$.

2do. Gleichung. $2x + 2x + 2 = 18.$

Kurz $4x + 2 = 18.$

Denn weil sie zusamm stiessen, so macht der vom Münchner und der vom Salzburger gemachte Weeg 18 Meile aus, da sie aber zusamm kamen, hatte jeder seine 2 Täge gemachet: so machen dann die 2 Tagreisen des Salzburgers und die 2 des Münchners zusamm just 18 Meile. Folglich bleibt die Gleichung

$$4x + 2 = 18$$

3tio. Auflösung per Subtractionem
$4x = 18 - 2$. Kurz $4x = 16$.
Et per Divisionem. $x = \frac{16}{4} = 4$

Folglich machete der Münchner des Tages 4 Meile, der Salzburger aber 5 Meile. Weil sie im 2ten Tag zusamm kamen, hatte der Münchner 8 Meile, und der Salzburger 10 Meile gemachet; so begegneten sie denn einander 8 Meile von München und 10 Meile von Salzburg.

10te Aufgab.

§. 457. Es gieng von Salzburg ein Curier vor 5 Tägen ab mit Befehl, des Tages 10 Meile zu machen. Nun solle ein anderer Curier ihm nachreisen, und in 4 Tägen einholen. Frag: wie viel Meilen muß dieser des Tages machen?

1mo. Benennung. Die zu machenden Meile seyen x. Eine Tagreise des erstens $10 = a$
Die 5 verflossenen Täge $5 = b$
Die 4 Täge des Einholens $4 = c$

2do. Gleichung. $cx = ab + ac$
Denn die 4 zu machenden Tagreisen (cx) müssen jenen in 4 Tägen vom 1sten zu machenden (ac) samt den in 5 Tägen schon gemachten Tagreisen (ab) gleich werden, so ist dann die Gleichung:
$$cx = ab + ac$$

3tio. Auflösung per Divisionem
$$x = \frac{ab + ac}{c} = 22\tfrac{1}{2}$$

Prob. $22\frac{1}{2} \times 4 = 50 + 40$. W. z. E.

11te

11te Aufgab.

§. 58. Aus dem gegebenen Product, und Differenz zwoer Zahlen die Zahlen selbst finden.

Z. E. Zween bekommen Geld zur Beute: der eine 4. fl. mehr als der andere. Die Zahlen in einander multipliciret geben 292 fl. Was erbeutete ein jeder?

1mo. Benennung. Die Differenz 4 seye — $2\,a$

Die Summe — — — $2\,z$

Die grössere Beute — — $z + a$

Die kleinere Beute — — $z - a$

(denn es ist die grössere Zahl allzeit gleich der halben Summe + der halben Differenz; die kleinere aber der halben Summe − der halben Differenz)

Die Zahl 192 heisse c.

Das Product der kleinern in die grössere nämlich $z + a \times z - a$ wird gleich werden $zz - aa$.

2do. Gleichung. $zz - aa = c$.

3tio. Auflösung per Additionem.

$zz = c + aa$.

Et per Extractionem. $\sqrt{z} = \sqrt{c + aa} = 14$. $z + 2 = 16$. $z - 2 = 12$. Differenz $16 - 12 = 4$ Product $16 \times 12 = 192$. W. z. E.

§. 459. Anmerkung. Die hier gebrauchten Benennungen der Summen, Differenzen, grössern und kleinern Zahl sind wohl in Obacht zu nehmen, und in allen derley Fällen zu gebrauchen, weil hierdurch die Brüche können vermieden werden, wenn man nach Umstand der erkannten Grössen die Summen

men oder Differenzen 2 z oder 2 a. Item 2 z und 2 y benennet, und darnach die grössern und kleineren Grössen auch benamset. Mehr Deutlichkeit halber will ich sie aussetzen. Der Beweis aber davon ist, daß in allen zwoen Zahlen oder Grössen die grössere gleich seye der halben Summe † der halben Differenz: die kleine aber der halben Summe — der halben Differenz. Wie ich schon gemeldet.

Summe.	2 z	die grössere	Zahl	z † y
Differenz	2 y	die kleinere		z — y
Summe	2 z	die grössere	Zahl	z † a
Differenz	2 a	die kleinere		z — a
Summe	2 a	die grössere	Zahl	a † z
Differenz	2 z	die kleinere		a — z

IVtes Hauptstück.

Problemata algebraica indeterminata.

§. 460. Diese kommen alsdenn vor, wenn die Aufgaben also beschaffen sind, daß die in den Gleichungen gesetzten Glieder nicht nur von einer bestimmten Zahl, sonder nach und nach von mehrern können verstanden werden, allwo folgsam nach allen gesetzten Bedingnissen und Auflösungen zwo unerkannte Grössen stehen bleiben.

§. 461. **Regel.** Die Auflösung geschieht wie sonst, also, daß einerseits eine unerkannte Grösse ganz allein komme: nach dem kann man statt der in der

Re=

Nebengleichung stehenden unerkannten Grösse annehmen, was man will, nur daß es den übrigen Bedingnissen und Eigenschaften der Gleichung nicht zu wider seye, so ist die Aufgab aufgelöset. Z. E.

1ste Aufgab.

§. 463. Zwo Zahlen finden, welche zusamm das Quadrat der kleinern ausmachen.

1mo. Benennung. Die grössere Zahl seye z
Die kleinere = x

2do. Gleichung. $z + x = x\,x$.

3tio. Auflösung per Antithesin. $z = xx - x$
Jtzt ist alles geschehen, was man thun konte, doch bleiben 2 unbekannte Grössen z und x; derowegen ist das Problema indeterminatum.

Deßwegen kann ich statt x ein Zahl nach Belieben annehmen. Z. E. ich heisse x. 8. und weil $xx - x$ aus $x - 1$ in x entspringt, so nehme ich $8 - 1 \times 8$ das ist $7 \times 8 = 56 = z$.

Prob. $56 + 8 = 8 \times 8$.

2te Aufgab.

§. 463. Zwo Zahlen finden, von deren Product die Summe abgezogen einer gegebenen Zahl gleiche.

1mo. Benennung. Die gegebene Zahl z. E. 24 seye a, eine der zwoen seye x, die 2te z.

2do. Gleichung. $x\,z - x - z = a$

3tio. Auflösung per Antithesin. $xz - z = a + x$

Per Divisionem. $z = \frac{a + x}{x - 1}$

Jtzt

Itzt ist geschehen, was möglich war, doch sind noch z und x da. So ist das Proble na indeterminatum; derowegen nehme ich statt x was mir beliebet: nur muß es grösser seyn als 1 wegen x − 1.

Ich setze x seye 3, so ist a † x = 24 † 3 = 27, und x − 1 ist 2.

$\frac{a \dagger x}{x - 1}$ ist $\frac{27}{2} = 13\frac{1}{2} = z$

Prob. Das Product ist $13\frac{1}{2} \times 3 = 40\frac{1}{2}$
Die Summe ist $13\frac{1}{2} \dagger 3 = 16\frac{1}{2}$
Rest = 24 = a. w. z. T.

3te Aufgab.

§. 464. Zwo Zahlen finden, deren Differenz mit ihrem Product einer Zahl z. E. 26. gleichet.

1mo. Benennung. Die Zahl 26 seye a
Die erste = = x
Die 2te grössere = z

2do. Gleichung. z − x † z x = a.

3tio. Auflösung per Antithesin. z † z x = a † x

Et per Divisionem. $z = \frac{a \dagger x}{1 \dagger x}$

Nun ist alles geschehen, und doch sind 2 unerkannte Grössen da. So ist das Problema indeterminatum. Darum nehme ich statt x, was mir beliebt. z. E. 4. so ist a † x = 26 † 4 = 30 und 1 † x ist = 1 † 4 = 5.

Folglich ist $\frac{a \dagger x}{1 \dagger x} = \frac{30}{5} = 6 = z$

Prob.

Prob. Die Differenz ist

$$= 6 - 4 = 2$$

Das Product $= 6 \times 4 = 24$

Die Summe $=$ $26 =$ a. w. z. T.

4te Aufgab.

§. 465. Zwo Zahlen finden, deren Summe mit ihrem Product einer Zahl z. E. 34. gleichet.

1mo. Benennung. $34 = a$
Die eine Zahl $= x$
Die andere $= z$

2do. Gleichung. $x + z + xz = a$.

3tio. Auflösung per Antithesin

$$z + xz = a - x$$

Et per Divisionem. $z = \frac{a - x}{1 + x}$

Weil noch z und x da ist, ist das Problema indeterminatum. So bestimme ich x nach Belieben.

Z. E. ich heisse $x = 5$, so ist $a - x = 34 - 5 = 29$. und $1 + x$ ist $= 1 + 5 = 6$.

Folglich ist $\frac{a - x}{1 + x} = \frac{29}{6} = 4\frac{5}{6} = z$.

Prob. Die Summe $x + z$ ist $5 + 4\frac{5}{6} = 9\frac{5}{6}$
Das Product xz ist $5 \times 4\frac{5}{6} = 24\frac{1}{6}$

Summe $=$ $= 34 = a$.

5te Aufgab.

§. 466. Hundert Studenten legten 100 fl. zusamm zu einer Comedi, die Adelichen gaben einer 5 fl. die Reichern gab einer 1 fl. die Aermeren ei-

ner 5 Groschen. nun ist die Frag: wie viel adeliche, wie viel reichere, und wie viel ärmere in der Schul seyen?

1mo. Benennung. Die Zahl der Adelichen seye x
Jene der Reichern $= y$
Jene der Aermern $= z$

2do. Gleichung. $x + y + z = 100.$

Per Antithesin. $y = 100 - x - z.$

Die 2te Gleichung zu bekommen mache ich alle Gulden zu Groschen, das ist

$$5 \times 20 = 100$$
$$1 \times 20 = 20$$
$$5 = 5$$
$$100 \times 20 = 2000$$

So machet die Zahl der Adelichen x in ihre 5 fl multipliciret $100\,x$. Jene der Reichern y in 1 fl. multipliciret macht $20\,y$, und jene der Aermern ist gleich $5\,z$.

Hieraus folget die 2te Gleichung

$$100\,x + 20\,y + 5\,z = 2000.$$

3tio. Auflösung. Anstatt $20\,y$ in dieser Gleichung setze ich aus der ersten Gleichung die Gleichung von $y = 100 - x - z$ zweinzigmal, nämlich:

$$2000 - 20\,x - 20\,z + 100\,x + 5\,z = 2000.$$

Kürzer $2000 + 80\,x - 15\,z = 2000.$

Per Antithesin.

$$2000 + 80\,x = 2000 + 15\,z$$

Per Subtractionem. $80\,x = 15\,z$

Per Depressionem dividendo per 5. d. i.

$$\frac{80\,x}{5} = \frac{15\,z}{5} \text{ giebt } 16\,x = 3\,z.$$

Per

Per Divisionem. $\frac{16x}{3} = z$.

Weiter kann ich nichts machen, und dennoch sind noch 2 unerkannte Grössen da; so ist das Problema indeterminatum.

Weil z eine Zahl von Personen ist, darf $\frac{16x}{3}$ keinen Bruch geben, sonder es muß der Quotus eine ganze Zahl seyn; so nehme ich dann für x eine solche Zahl, welche mit 16 multipliciret ein solches Product gebe, daß es mit 3 glathin dividiret werden könne. Z. E. ich heisse x selber 3. so ist

$$\frac{16 \times 3}{3} = \frac{48}{3} = 16 = z$$

Itzt läßt sich y nach der 1sten Gleichung leicht finden: denn $x + y + z = 100$. folglich $3 + y + 16 = 100$. Kürzer. $19 + y = 100$.

Per Subtractionem. $y = 100 - 19$.

Kürzer $y = 81$.

Prob.	x = 3		3 × 5 fl. =	15 fl.
	y = 81	Item	81 × 1 fl.	81 fl.
	z = 16		16 × 5 Gr. =	4 fl.
Summe	= 100		Summe	100 fl.

Vtes Hauptstücke.

Problemata circa Alligationem.

Alligatio, oder die Vermischungs-Rechnung lehret zu bestimmen, in was Verhältniß gewis-

wisse verschiedene Sachen vermenget seyen, wenn man den Werth der Sachen insonderheit, und hernach den Werth des vermischten Körpers weiß, oder aber umgekehrt, in was für einer Verhältniß man die zu vermengenden Dinge nehmen solle, einen Körper um einen gewissen Werth daraus zu bekommen.

Anmerkung. Vier Fälle können hauptsächlich vorkommen. 1mo den Werth des vermischten Körpers ausfinden, wenn man weiß, was die darzu gebrauchten Sachen kosten, und in was Verhältniß sie vermenget worden. 2do. Wenn zwo Sachen vermischet sind, deren Verhältniß man sonst gegen einander erkennet, und man den Werth des vermischten Körpers auch weiß, finden, wie viel von jeder Sache darbey seye. 3tio. Wenn ein gewisser Preis gesetzet wird, bestimmen, in was Proportion die zu vermischenden Sachen zur Mischung zu nehmen seyen. 4to. Um einen gewissen Preis die Verhältniß oder Menge der zu vermischenden Sachen bestimmen, wenn die Grösse des um einen gewissen Preis vermischten Körpers begehret wird.

Aufgab nach dem ersten Fall.

§. 469. Wenn ein vermischter Körper gegeben, und bestimmet wird, wie vieles von jeden beygemengten Sachen dabey ist, deren Werth man sonsten weiß: den Werth des ganzen Körpers zu finden.

Auflösung. Man multiplicirt den Werth jeder Sachen in ihre Menge, wie sie vermischet sind, und das Product dividiret man mit der Summe ihrer Mengen. Z. E. Es seye gegeben ein Körper, in welchem Kupfer, Zinn und Silber vermenget ist. Das Kupfer seye dabey 16 Pfund, des Zinnes 9,

N des

des Silbers 4. das Pfund Silber koste 14. fl. das Pfund Zinn koste 10 fl. und das Pfund Kupfer koste 6 fl. Frag: was ist der Werth des vermischten Körpers.

		Pfund.				
Benennung.	Kupfer	16. = a	1 Pfund	14 = m
	Zinn	9. = b	1 – –	10 = n
	Silber	4. = c	1 – –	6 = p

Summe $a + b + c$.

Product in ihren Werth $= am + bn + cp$.

Auflösung. $\frac{am + bn + cp}{a + b + c} = \frac{338}{29} = 11 + \frac{19}{29} =$ dem Werth des vermischten Körpers.

Beweis. Wie sich die Summe der vermischten Sachen zu 1. das ist zum ganzen Körper verhält: so verhalten sich die mit ihrem Werth gegenwärtige Sachen zu dem Werth des Ganzen, das ist

UT $a + b + c$ AD 1

ITA $am + bn + cp$ AD $\frac{am + bn + cp}{a + b + c}$

Aufgab für den 2ten Fall.

§. 470. Wenn ein vermischter Körper gegeben und bestimmet wird, was er für eine Grösse, Gewicht oder Preis habe; Beynebens auch bekannt ist, was die vermischten Sachen für eine Verhältniß nach ihrer Art sonst in sich haben, zu finden, wie vieles von jeder Sache im vermischten Körper seye.

Z. E. Es seye eine Kugel, worinn Gold und Silber vermenget ist. Die Kugel wäge 25 Pfund,

das

das Silber verhält sich in gleich grossen Körpern wie 51 zu 200. zu dem Gold. Der Raum der Kugel ist so groß, daß wenn sie ganz Gold wäre, sie 74 Pfund wöge. Wenn sie aber ganz Silber wäre, wöge sie $24\frac{1}{8}$. Frag: wie viel ist in der Kugel Gold und wie viel Silber?

Benennung. Die unerkannte Menge Goldes seye = = = x

Das Gewicht der Kugel = m

Das Gewicht der Kugel, wenn sie ganz Gold wäre = = = a

Das Gewicht der Kugel, wenn sie pur Silber wäre = = = b

Auflösung. $\frac{m - b}{a - b} = x$

Beweis. Die ganze Masse seye 1, der Theil des Goldes seye x, so ist der Theile des Silbers $1 - x$.

Nun ist $1 : x = a : a x$

Und $1 : 1 - x = b : 1 b - b x$

Folglich ist $m = a x + b - b x$

Per Antithesin. $m - b = a x - b x$

Et per Divisionem. $\frac{m - b}{a - b} = x$. w. z. E.

Aufgab nach dem 3ten Fall.

§. 471. Wenn mehr Sachen nach einem gegebenen mittleren Werth sollen gemischet werden, wie viel von jeder zur Mischung zu nehmen?

Regel. 1stens vergleichet man den Werth jeder Sache mit dem mittleren Werth, und drückt ihn in Gleichungen aus.

2tens multipliciret man allezeit eine mangelnde Gleichung mit dem Exceß einer überflüßigen; behält aber die Zeichen † oder — vom Multiplicando und im Gegentheil multipliciret man jede überflüssige Gleichung mit dem Defect jener mangelhaften mit Beybehaltung der Zeichen † oder — vom Multiplicando.

3tens. Die Product addiret man.

So bekömt man etliche vermengte Dinge um den mittleren Preis.

Z. E. Es seyen zu vermengen Nägelein, Pfeffer, Muscatnüß, und Saffran. Die Unze Nägelein seye im Preis 21. 1 Unze Pfeffer 18. 1 Unze Muscat 26. und 1 Unze Saffran 29 Kr. die Unze des vermischten solle 24 Kr. werth seyn.

Benennung.	Nägelein	a	=	21
	Pfeffer	b	=	18
	Muscatnüß	c	=	26
	Saffran	d	=	29
	der mittlere Werth	m	=	24.

Auflösung nach N. 1.

$$a = m - 3$$
$$b = m - 6$$
$$c = m + 2$$
$$d = m + 5$$

Nach N. 2. ist $2\,a = 2\,m - 6$.

Item $5\,b = 5\,m - 30$

Item $3\,c = 3\,m + 6$.

Endlich $6\,d = 6\,m + 30$.

Nach N. 3. ist $2\,a + 5\,b + 3\,c + 6\,d = 2\,m + 5\,m + 3\,m + 6\,m - 6 + 6 - 30 + 30$.

Kür.

Kürzer. $2a + 5b + 3c + 6d = 16m$.
Das ist 16 Unzen eines vermischten Dinges zu haben wovon die Unze m oder 24 Kr. werth seye, müssen von den Nägelein 2 Unzen, vom Pfeffer 5 Unzen, von Muscatnüssen 3 Unzen, und vom Saffran 6 Unzen genommen werden.

Beweis. Wenn Gleichungen mit dem nämlichen multipliciret werden, bleibt die Gleichung; und wenn gleiche zu gleichen addiret werden, kommen wieder gleiche. Dieß geschieht aber in dieser Method: denn $a = m - 3$ wird mit 2, item $c = m + 2$ mit 3, wieder $b = m - 6$ wird mit 5, und $d = m + 5$ mit 6 multipliciret, und hernach addiret. Die Addition aber giebt die Vermischung. w. z. E.

Prob. $2a + 5b + 3c + 6d = 384$
$384 = 16m$.

§. 472. Anmerkung. Wenn nur 2 Sachen sind, eine mangelhafte und eine übermäßige, bekömmt man nur eine Summe. z. E. es seyen zu mischen zweyerley Weine, einer kostet die Maß 13 der andere 8 Kr. vom gemischten solle die Maß 10 Kr. werth seyn.

Wein $a = 13$, $b = 8$, $m = 10$ $\left\{ \begin{array}{l} a = m + 3 \\ b = m - 2 \end{array} \right.$

Product $2a = 2m + 6$, $3b = 3m - 6$ [Sume $2a + 3b = 5m$.

Das ist, zu 5 Massen, wovon eine 10 Kr. werth ist, müssen 2 Maß von a und 3 von b kommen.

Prob. $2a + 3b = 50$
$50 = 5m$

§. 473. 2te Anmerkung. Wenn 3 Sachen zu mischen; wird jene, welche allein als mangelhaft oder überflüßig stehet, mit den andern beyden multiplicirt, das übrige aber geschieht wie sonsten.

Z. E. Es seye zu mischen: Zimmet, und Muscatblühe und Badian, die Unze Zimmet koste sonst 15 Kr. die Unze Muscatblühe 17, die Unze Badian 10, die Unze des vermischten solle 12 Kr. werth seyn.

Benennung.	Zimmet	$= a =$	15
	Muscatblühe	$= b =$	17
	Badian	$= c =$	10
	Der mittlere Werth	$= m =$	12

Auflösung nach N. 1.

$$a = m + 3$$
$$b = m + 5$$
$$c = m - 2$$

Hier sind 2 übermäßige und eine mangelhafte Gleichung, derowegen mache ich 4 Product; eines aus der ersten übermäßigen Gleichung in die mangelhafte, und im Gegentheil. 2tens aus der 2ten übermäßigen in die mangelhafte Gleichung, und wieder im Gegentheil. Nach N. 2. es kömmt $2a = 2m + 6$. Item $3c = 3m - 6$. Item $2b = 2m + 10$. Endlich $5c = 5m - 10$.

Nach N. 3. ist die Summe $2a + 2b + 3c + 5c = 2m + 6 + 2m + 10 + 3m - 6 + 5m - 10$.

Kürzer. $2a + 2b + 8c = 12m$.

Das ist zu 12 Unzen, deren eine 10 Kr. werth ist, müssen 2 Unzen Zimmet, 2 Unzen Muscatblühe, und 8 Unzen Badian kommen.

Prob.

Prob. $2a + 2b + 8c = 144$

$144 = 12$ m. w. z. E.

§. 474. 3te Anmerkung. Eben so verhält es sich auch, wenn mehr Sachen in Vermischung zu bringen. Es muß allzeit eine mangelhafte zu einer übermäßigen in ein Product nach N. 2. §. 471. kommen, wenn gleich eine öfters multipliciret wird, wie im vorigen Exempel geschehen ist.

Aufgab nach dem 4ten Fall.

§. 475. Wo man fragt, wie viel von vermischenden Dingen zu nehmen, damit um einen gewissen Werth nicht nur etwas vermischtes glathin herauskomme (welches die vorige Aufgab ware) sonder damit um jenen bestimmten Werth auch eine bestimmte Grösse des vermengten Körpers herauskomme.

§. 476. Regel 1mo. Anfangs wird die Aufgab gänzlich nach dem vorigen Fall aufgelöset.

2do. Bestimmt man die Theile durch die Regel de Tri auf solche Weis: das erste Glied wird die durch vorige Aufgab um den gegebenen mittlern Werth gefundene Grösse. Das 2te wird die in der Aufgab um den mittlern Werth bestimmte Grösse. Das 3te wird die Summe der Auflösung nach voriger Aufgab. Das 4te bestimmt die zu nehmenden Theile.

Z. E. es seye die Aufgab aus §. 471. von Vermischung der Nägelein, Pfeffer, Muscatnüsse, und Saffran: der Werth der vermischten Unze 24 Kr. und es solle das vermischte 32 Unzen wägen.

Auflösung. Nach N. 1mo §. 476. finde ich, daß $2a + 5b + 3c + 6d = 16m$.

Itzt sage ich nach N. 2do. §. 476.

$$16m : 32m :: 2a + 5b + 3c + 6d : \frac{64am + 160bm + 96cm + 192dm}{16m} = 4a + 10b + 6c + 12d.$$

Das ist, wie sich die vorige Grösse zur bestimmten in der Aufgab hat, so verhält sich die vorige Summe der zu vermischenden Theile zur gesuchten.

§. 477. Anmerkung. Wenn es einem bequemer ist, Theil für Theil suchen, muß man handeln wie in der Gesellschafts Regel, wobey die 2 ersten Glieder bleiben, die andern aber theilweis gesucht werden: auf folgende Art im gegebenen Exempel.

$$16m : 32m :: 2a : \frac{64am}{16m} = 4a$$

$$16m : 32m :: 5b : \frac{160bm}{16m} = 10b$$

$$16m : 32m :: 3c : \frac{96cm}{16m} = 6c$$

$$16m : 32m :: 6d : \frac{192dm}{16m} = 12d$$

Das

Das will so viel sagen, als wenn aus Nägelein, Pfeffer, Muscatnüsse, und Saffran 32 Unzen sollen vermenget und gemachet werden, deren eine Unze 24 Kr. werth seye, müssen 4 Unzen Nägelein, 10 Unzen Pfeffer, 6 Unzen Muscatnüsse, und 12 Unzen Saffran genommen werden.

2te Anmerkung. Dieses Exempel ließ sich noch weit leichter abfertigen, wenn man anstatt 16 m : 32 m allezeit m : 2 m ansetzete: denn weil die Proportion bleibt, würde das nämliche herauskommen, und das Exempel also stehen:

$$m : 2m :: 2a : \frac{4am}{m} = 4a$$

$$m : 2m :: 5b : \frac{10bm}{m} = 10b$$

$$m : 2m :: 3c : \frac{6cm}{m} = 6c$$

$$m : 2m :: 6d : \frac{12dm}{m} = 12d.$$

Sieh die welsche Pratik von §. 504. an.

Prob. $4a + 10b + 6c + 12d = 768$

$768 = 32m$

VItes

VItes Hauptstück.

Von Auflösung der Potenzen.

§. 478. DIe Potenzen sind entweders vollkommen, oder unreine (affectæ.) das ist, sie haben einen Mangel der binomischen Wurzel in der Gleichung. Z. E. eine vollkommene Potenzial-Gleichung ist x x † 2 a x † a a = b. Eine unreine oder Æquatio quadratica affecta ist diese x x † a x = siehe §. 432.

1ste Regel.

§. 479. Vollkommene Potenzial-Gleichungen werden mit ordentlicher Ausziehung ihrer Wurzel aufgelöset nach dem 5 Buch, 6.7. Hauptstück. z. E. x x † 2 a x † a a = b ist x † a = √ b. folglich x = √ b — a.

2te Regel.

§. 480. Unreine quadratische Gleichungen werden aufgelöset wie §. 422. gesaget worden, wenn man beyderseits den Mangel beysetzet, und alsdenn die Wurzel wie sonst auszieht. §. cit. ist ein Exempel, oder

§. 481. **Aufgab.** Ich frage jemand, wie viel er Geld habe. Er saget: das Quadrat der Anzahl meiner Gulden und ⅔ dieser Anzahl macht 87 fl. wie wird ich diese Anzahl bestimmen?

Benennung. Die Anzahl heisse x
Das Quadrat = x x
⅔ der Anzahl $\frac{2\,x}{3}$
Die 87 fl. a

Glei-

Gleichung. $xx + \frac{2x}{3} = a$.

Auflösung. Ich erkenne alsogleich, daß die erste Gleichung unrein seye, weil ein vollkommenes Quadrat aus $xx + 2ax + aa$ bestehen muß, so merke ich denn, daß das Quadrat von $\frac{1}{3}$ abgehe. Ich setze es beyderseits dazu. Itzt steht die Gleichung also: $xx + \frac{2x}{3} + \frac{1}{9} = a + \frac{1}{9}$

Per Extractionem $\surd$ ist $x + \frac{1}{3} = \sqrt{a + \frac{1}{9}}$

Per Antithesin ist $x = \sqrt{a + \frac{1}{9}} - \frac{1}{3}$

Folglich ist $x = 9$

Prob: das Quadrat $81 + 6$ als $\frac{2}{3}$ von 9 machen 87.

§. 482. Anmerkung. Viererley Fälle sind da möglich. Ich will sie hersetzen, weil sie als Universal-Formeln dienen können.

1ster Fall.	Auflösung
$zz + az = b$	$z = \sqrt{\frac{1}{4}aa + b} - \frac{1}{2}a$
2ter $zz - az = b$	$z = \sqrt{\frac{1}{4}aa + b} + \frac{1}{2}a$
3ter $zz - az = -b$	$z = \sqrt{\frac{1}{4}aa - b} + \frac{1}{2}a$
4ter $zz + az = -b$	$z = \sqrt{\frac{1}{4}aa - b} - \frac{1}{2}a$

3te

3te Universal-Regel.

§. 483. Wie höhere Potenzen in Gleichungen aufzulösen.

1stens alle Glieder der Gleichungen setzt man auf eine Seite, so daß auf der anderen 0 stehe.

2tens suchet man alle Divisores, welche das letzte Glied der vorgelegten Potenz ohne Bruch dividiren.

3tens mit diesen Divisoribus machet man Gleichungen in die unerkannten Grössen.

4tens dividiret man die ganze vorgegebene Gleichung mit jenen aus den itzt gemachten einfachen Gleichungen, die alles ohne Bruch aufheben.

5tens die Quoti sind die gesuchte Wurzel.

§. 484. Z. E. es seye diese Gleichung

$$x^3 - 9x^2 + 26x = 24$$

Nach N. 1. $x^3 - 9x^2 + 26x - 24 = 0$

Nach N. 2. sind alle Divisores von 24 diese:

1. 2. 3. 4. 6. 8. 12. 24.

Nach N. 3. sind die einfachen Gleichungen

$x = 1$	oder	$x - 1 = 0$
$x = 2$		$x - 2 = 0$
$x = 3$		$x - 3 = 0$
$x = 4$		$x - 4 = 0$
$x = 6$		$x - 6 = 0$
ꝛc.		ꝛc.

Nach N. 5. probire ich nun, was für Gleichungen aus diesen die vorgelegte ohne Bruch aufheben. Ich finde, daß es $x - 2$ oder $x - 3$ oder $x - 4$ thun: folglich sind die Quoti $x - 2 = 0$.

Item

Item $x - 3 = 0$ item $x - 4 = 0$ lauter wahre Wurzeln, und ist $x = 2$. Item $x = 3$. Item $x = 4$.

Prob. $2 \times 2 \times 2 - 9 \times 2 \times 2 + 26 \times 2 - 24 = 0$

$8 - 36 + 52 - 24 = 0$

Item $3 \times 3 \times 3 - 9 \times 3 \times 3 + 26 \times 3 - 24 = 0$

$27 - 81 + 78 - 24 = 0$

Item $4 \times 4 \times 4 - 9 \times 4 \times 4 + 26 \times 4 - 24 = 0$

$64 - 144 + 104 - 24 = 0$

§. 485. **Beweis.** Weil die Gleichung eine Potenz ist (ex Hypothesi) so entsprang sie aus Multiplication in ihre Wurzel (§. 356.) die Division aber löset auf, was durch Multiplication entspringt: folglich wenn man den Divisor findt, durch den die Wurzel multipliciret worden, so bringt der Quotus die Wurzel heraus. Weil aber alle Divisores gesucht werden, muß nothwendig einer der rechte seyn. w. z. E.

§. 486.

§. 486. **Anmerkung.** Alle Divisores zu finden muß man diese Method gebrauchen. 1stens dividirt man mit 1, hernach mit 2 so lang als es möglich; nachdem geschieht eben dieses mit 3. 4 ꝛc. oder immer jenem Ziffer, das keinen Bruch hinterläßt, bis man zur Zahl selber kömmt. Nachdem multipliciret man alle diese Divisores allezeit 2 und 2 hernach 2 und 3, nachdem 3 und 3; wieder 3 und 4, auch 4 und 4 ꝛc.

Z. E. alle Divisores von 24 zu finden, geschieht so:

$$\frac{24}{1} = \frac{24}{2} = \frac{12}{2} = \frac{6}{2} = \frac{3}{3} = 1$$

Jtzt kömmt per $2 \times 2 = 4$ und per $2 \times 3 = 6$ und per $2 \times 2 \times 2$ kömmt 8 und $2 \times 2 \times 3$ ist 12. endlich per $2 \times 2 \times 2 \times 3$ kömmt 24.

Folglich sind alle Divisores von 24 diese: 1. 2. 3. 4. 6. 8. 12. 24.

§. 487. **Anmerkung.** Wer in die Algebra tieffer zu kommen verlanget, mag, nachdem er dieses wohl begriffen, was in diesem Buch abgehandlet worden, sich um andere, als die Werke des P. de Chales, P. Boscovvich, P. Lamy, Ozanam, Wolff &c. umsehen. Uns ist genug die nothwendigen und nützlichsten Dinge erörtert, und zu höheren den Weeg eröfnet zu haben. Anfänger müssen gereitzet, und nicht durch die vielen Beschwernissen erschröcket werden.

Zugab.

Einige Vortheile, welche bey Rechnungen können gebraucht werden.

Iter Abschnitt.

Vortheile in der Addition.

§. 488. Wenn man gar viele Reihen zu addiren hat, ist es mühsam, so grosse Zahlen entweders recht in der Gedächtniß halten, oder auch recht zusamm zählen; diesem abzuhelfen, kann man nur etliche Reihen zusamm nehmen, und also weiter fahren. Hernach aber die Partial-Summen besonders unter eine Hauptsumme bringen. Z. E. es seyen zu addiren

N. I. = a † b † c † d † e † f † g † h † i † k † l † m.

N. I.	a	=	2 3 2
	b	=	3 2 1
	c	=	1 3 2
	d	=	4 2 3
	e	=	2 3 1
	f	=	3 1 2
	g	=	2 2 1
	h	=	1 2 1
	i	=	5 3 2
	k	=	2 3 4
	l	=	8 9 4
	m	=	7 8 1

Es würde einem unbequem seyn, dieses in einem fortzuthun; derowegen schreibe man diese Reihen der Zahlen also, daß nach vieren allezeit ein Raum seye, wie N. 2. und addire erstens a † b † c † d um die Summe S 1 zu bekommen. Ferners addire man auch e † f † g † h die Summe S 2 zu haben. Wiederum addire man i † k † l † m die Summe S 3 zu erlangen. Also:

N. II.

a	=	232	
b	=	321	
c	=	132	
d	=	423	
		1108	= S 1
e	=	231	
f	=	312	
g	=	221	
h	=	121	
		885	= S 2
i	=	532	
k	=	234	
l	=	894	
m	=	781	
		2441	= S 3.

Letztlich schreibe man S 1 † S 2 † S 3 besonders wie N. 3. denn diese addiret geben die ganze Summe SS. also:

N. III.

N. III.

S 1	=	1108
S 2	=	885
S 3	=	2441
		4434 = SS.

Anmerkung. Es ist nicht just vonnöthen allezeit 4 Glieder zusamm nehmen; man kann mehr oder weniger nehmen, nachdem es einem beliebig ist. Wenn man nur zu letzt keine der Partial-Summen übersieht zur ganzen Summe zu gelangen.

IIter Abschnitt.

Vortheile in der Subtraction.

§. 489. Wenn in der Subtraction eine grössere von einer kleineren Zahl solle abgezogen werden, haben wir gesaget §. 62. im NB. man müsse von der vorhergehenden Zahl allezeit einen Zehner entlehnen, und hernach selbe vorstehende Zahl um 1 ringer annehmen, dieses ist nicht ohne alle Beschwerniß, wie dort aus dem letzten Exempel erhellet. Deswegen lassen einige alle obere Zahlen unverändert, wenn man gleich einen Zehner entlehnet hat. Im Gegentheil aber vermehren sie jene untere Zahl, welche dort stehet, wo obenher ein Zehner ist weggekommen, um 1, und fahren also glat fort; welches denn auch den nämlichen Rest giebt.

Z. E. es seye das Ganze = 4 2 4
Subtrahendus = 2 3 6

Nach gemeiner Art sage ich 6 von 14 giebt 8
Hernach 3 von 11 giebt 8
Endlich 2 von 3 giebt 1
Ist folglich der Rest = 1 8 8

Nach itzt erwehnter Art sagete ich
Anfangs 6 von 14 giebt 8
Hernach 4 von 12 giebt 8
Endlich 3 von 4 giebt 1
So bleibt der nämliche Rest = 1 8 8

Der Unterschied ist, daß nachdem ich zu dem 4 gesagt habe 6 von 14, ich darauf anstatt 3 von 11, itzt 4 vön 12 sage, das ist: den untern 3 um 1 vermehre, den oberen 2] aber ganz lasse.

Dieses noch klärer zu machen seye folgendes Ex.

2 3 4 5 6
1 0 9 8 7

Ich sage erstens 7 von 16 giebt 9
Hernach 9 von 15 giebt 6
Darauf 10 von 14 giebt 4
Nachdem 1 von 3 giebt 2
Letztlich 1 von 2 giebt 1
Folglich ist der Rest = 1 2 4 6 9.

Beweis dieser Method. Es giebt den nämlichen Rest, ob man sagt 3 von 9 oder 4 von 10. Dieses aber geschieht in unserer Method; denn in der gemeinen ist der 9 übergeblieben, und die untere Zahl 3. in dieser Method aber läßt man den 10 ganz,

ob gleich 1 weggekommen, machet aber aus 3 den 4. so kömmt dann das nämliche. W. z. E.

IIIter Abschnitt.
Vortheile in der Multiplication.

§. 490. Bey der Multiplication giebt es verschiedene Vortheile. Der 1ste ist, daß man das Einmaleins an seinen Fingern herum trage. Dieses aber läßt sich leichter mündlich als schriftlich erklären.

§. 491. 2tens. Ist es ein Vortheil, vermittelst gewisser Täfelein die Multiplication verrichten, welche man Tabulas Neperianas nennet. Weil es aber nicht bequem ist immer diese Tafeln bey sich tragen, so angenehm sonst auch diese Art für junge Leute seyn mag; derowegen wollen wir nichts davon melden.

§. 492. 3tens. Eine der bequemsten Arten ist bey grossen Zahlen der Tariff, wie man ihn nennet: welcher darinn bestehet, daß man eine Ziffertafel vor sich hat, worinn der Multiplicandus zweyfach, dreyfach, vierfach ꝛc. vor Augen liegt, also, daß man die Producte nur nach der gewöhnlichen Ordnung heraus schreiben darf. Diese Art zu multipliciren zu können ist nur vorher zu wissen, wie der Tariff zu jeder Zahl zu machen. Wir wollen gleich davon mehr reden.

§. 493. 4tens. Wiederum kann man die Producte durch die sogenannten Logarithmos bekommen, wenn man ein Büchlein hat, worinn diese enthalten sind; denn hernach darf man nur den Logarithmum des Multiplicandi zu jenem des

Multiplicatoris addiren, und die Summe in dem Büchlein aufsuchen, wo dann die dabey stehende Zahl das Product offenbaret. Auch diese Art wollen wir in etwas erklären, weil sie mir die leichteste schien, wenn sie nur nicht zu viel Wissenschaft von den Logarithmis nach Veränderung der vorkommenden-Fälle vonnöthen hätte.

Iste Aufgab.

Den Tariff von jeder gegebenen Zahl zu machen.

Z. E. von 4 5 3 2 1 6 = a.

Auflösung. Ich schreibe die Zahl a	=	453216	1
Die Zahl a nehme ich doppelt, kömmt = b	=	906432	2
Zum b addire ich a. kömmt = c	=	1359648	3
Zum c addire ich a. kömmt = d	=	1812864	4
Zum d addire ich a. kömmt = e	=	2266080	5
Zum e addire ich a. kömmt = f	=	2719296	6
Zum f addire ich a. kömmt = g	=	3172512	7
Zum g addire ich a. kömmt = h	=	3625728	8
Zum h addire ich a. kömmt = i	=	4078944	9

Nun

Nun ist der Tariff fertig, und ist b das doppelte, c das dreyfache, d das vierfache, und so weiters, wie die am Ende stehende Zahlen andeuten.

IIte Aufgab.

Vermittelst des Tariffs multipliciren.

§. 495. Z. E. es seye 453216 x 3289.

Auflösung. 1stens schreibe ich den Multiplicandum und Multiplicatorem, wie gewöhnlich, also:

$$\begin{array}{r} 453216 \\ 3289 \\ \hline \end{array}$$

2tens. Hernach schreibe ich unter den 9 das 9fache aus dem Tariff, wie bey z.

3tens. Wiederum schreibe ich vom 8 an das 8fache aus dem Tariff, wie bey y.

4tens. Also auch von 2 an schreibe ich das 2fache aus der Tariff, wie bey x.

5tens. Endlich auch von 3 an schreibe ich aus dem Tariff das 3fache, wie bey u.

Das Exempel steht also:

$$\begin{array}{rl} 453216 & \\ 3289 & \\ \hline 4078944 & = z \\ 3625728 & = y \\ 906432 & = x \\ 1359648 & = u \\ \hline 1490627424 & = P \end{array}$$

Endlich addire ich z † y † x † u, und bekomme das ganze Product P.

IIIte Aufgab.

Multiplication durch die *Logarithmos.*

§. 496. Auflösung. 1stens. Ich schreibe den Multiplicandum und Multiplicatorem unter einander.

2do. Und schreibe nebenhin ihre Logarithmos.

3tio. Diese Logarithmos addire ich,

4to. Deren Summe suche ich unter den Logarithmis.

5to. Die dabey stehende Zahl ist mein gesuchtes Product.

Z. E. es seye

	99. Logarithmus	= 1.9956352	= x
Multiplctor	8. Logarithmus	= 0.9030900	= z
		2.8987252	= S

x † z ist die Summe S. Nun giebt der Logarithmus S. im Büchlein 792. welches auch das Product von 99 × 8 ist.

Ister Abschnitt.

Vortheile in der Division.

§. 497. 1stens. Wie in der Multiplication, so läßt sich auch in der Division die Sache mit den Tabulis Neperianis verrichten, obwohl schon etwas härters. Wir schweigen davon aus voriger Ursach.

§. 498. 2tens. Vermittelst der Logarithmorum wär es wieder das leichteste: allein es hat vorigen Anstand.

§. 499.

§. 499. 3tens. Hier also ist der Tariff wiederum das beßte: dieweil man darinn gleich ersieht, wie oft der Divisor im Dividendo enthalten ist: wo man denn zugleich das Product des Quoti in den Divisorem aus dem Tariff nur heraus schreiben darf, und folglich nichts als das Subtrahiren nach den gemeinen Regeln übrig bleibt.

Iste Aufgab.

Durch den Tariff dividiren.

§. 500. Z. E. 1490627424 mit 453216 dividiren.

Auflösung. 1stens mache ich den Tariff zu der Zahl des Divisoris, wie §. 494.

2tens. Ich schreibe den Dividendum und den Divisor wie sonst.

3tens. Ich sehe im Tariff, wie oft der Divisor im Dividendo enthalten. Im gegenwärtigen Exempel 3mal.

4tens. Den Quotum schreibe ich hinaus, und das 3fache unter den Dividendum wie sonst aus dem Tariff.

5tens. Dieses 3fache subtrahire ich vom Dividendo, und schreibe zum Rest ein Ziffer herab.

6tens. Den Divisor rucke ich auch um ein Ziffer zurück.

7tens. Itzt sehe ich wiederum im Tariff, wie oft der Divisor im Dividendo enthalten seye.

8tens. Nun handle ich weiter, wie von N. 4. an.

Das ganze Exempel kömmt so:

Tariff.			1490627424 { 3289
			453216
a =	453216	1	1359648
b =	906432	2	1309794
			453216
c =	1359648	3	906432
d =	1812864	4	4033622
			453216
e =	2266080	5	3625728
f =	2719296	6	4078944
g =	3172512	7	453216
h =	3625728	8	4078944
i =	4078944	9	0000000

§. 501. **Anmerkung.** Um zu sehen, was Vortheil der Tariff gebe, mag jemand gegenwärtiges Exempel erstens ohne, hernach mit dem Tariff machen. Er wird den Unterscheid der Leichtigkeit nicht ohne Beschwerde wahrnehmen; derowegen wir ihn billich in grössern Zahlen, oder wo der Divisor Anfangs 1ser hat, wollen eingebunden haben.

IIte Aufgab.

Die Division durch die *Logarithmos.*

§. 502. **Auflösung.** 1stens. Ich schreibe den Divisor unter den Dividendum.

2tens. Nebenhin schreibe ich ihre Logarithmos aus dem Büchlein der Logarithmorum.

3tens. Den Logarithmum des Divisoris subtrahire ich von jenem des Dividendi.

4tens.

4tens. Den Rest suche ich unter den Logarithmis im gemeldten Buch.

5tens. Die dabey stehende Zahl ist der gesuchte Quotus.

Z. E. es seye

	288. Logarithmus	2. 4593925	= x
Divisor.	12. Logarithmus	1. 0791812	= z
		1. 3802113	= R.

x — z ist der Rest R. Nun giebt der Logarithmus R im Büchlein 24, welches auch der Quotus von 288 : 12 ist.

Vter Abschnitt.

Vortheile in der Regula Trium.

§. 503. Hier wollen wir nicht melden, wie leicht alle Proportionen durch die Logarithmos aufgelöset werden, weil es aus vorgehendem erhellet, daß alle Multiplicationen in eine Addition; alle Divisionen aber in eine Subtraction durch die Logarithmos verwandelt werden. Weil nun alle Proportionen durch die Multiplication und Division gesuchet werden, so kann man sie alle durch die Logarithmos finden: wenn man nur die Logarithmos der Mittelglieder addiret, und den Logarithmum des ersten Gliedes subtrahiret. In der Trigonometrie sind sie unentbehrlich: denn man sonst alle Augenblicke mit 7 oder 8 Ziffern multipliciren, und mit eben so vielen wieder dividiren müßte, indem man mit den Sinibus und Tangentibus dort zu thun hat, deren der kleinste schon

2909 ausmachet. Ausser der Trigonometrie ist diese Method nicht gar so leicht, weil die Logarithmi der gemeinen Zahlen nicht über 10000 Zahlen in den gemeinen Büchlein ausgerechnet angetroffen werden. Auch die fürkommende Brüche Beschwerniß darein machen.; derowegen wollen wir hier nichts weiters davon melden, und nur die Formel hersetzen, wie überhaupt die Proportionen durch die Logarithmos zu finden. Es besteht aber hierinn.

Es seye das 1ste Glied a, das 2te b, das 3te c, das 4te, das man suchtet x.

So ist durch die gemeine Regel Detri $x = \frac{b\,c}{a}$

Durch die Logarithmos aber ist $x = b + c - a$.

Von der welschen Practik.

§. 504. Diese sogenannte Practik kann grossen Vortheil in der Regel Detri verschaffen, darum soll sie itzt erkläret werden. Sie besteht darinn, daß man bey Proportional-Rechnungen anstatt der grossen die kleinsten Zahlen geschickt gebrauchet: wodurch dann die Division oder Multiplication oft gar vermieden, oder gar leicht gemachet wird.

Z. E. es seye diese Proportion:

$$26 : 52 :: 64 : x$$

nach der welschen Practik schreibe ich:

$$1 : 2 :: 64 : x$$

welches ja weit leichter ist: denn nach dem ersten Ansatz muß 64 mit 52 multipliciret, und das Product mit 26 dividiret werden. Nach dem 2ten Ansatz

aber

aber darf nur 64 mit 2 multiplicirt werden, die Division bleibt gar aus: weil 1 nichts dividiret.

§. 505. Beweis. Die Ursach dieser Practik kömmt daher; weil bey einer Proportion man gleichviel mindere für gleichviel grössere setzen kann, und doch die Proportion bleibt. Dieses aber geschieht in unserer Practik: denn z. E. es ist eines, wenn ich sage:

Wie 26 das halbe von 52 ist: so auch 64 von 128 oder ob ich sage:

Wie 1 das halbe von 2 ist: so auch 64 von 128. So kann man dann bey einer Proportion statt der grösseren die kleineren oder kleinsten gleichviel minderen Theile setzen, und kömmt dennoch die nämliche gesuchte vierte Zahl heraus. w. z. E.

§. 505. Zusatz. So oft es folglich gegen dem 1sten und 2ten oder gegen dem 1sten und 3ten Glied gleichviel kleinere Zahlen giebt, so oft kann man die welsche Practik nützen.

Z. E. statt	60	:	15	: :	12	:	x
schreibe ich	4	:	1	: :	12	:	x
Oder statt	25	:	75	: :	36	:	x
schreibe ich	1	:	3	: :	36	:	x
Wiederum statt	20	:	24	: :	80	:	x
schreibe ich	1	:	24	: :	4	:	x
Oder statt	5	:	36	: :	25	:	x
schreibe ich	1	:	36	: :	5	:	x

§. 506. I. Anmerkung. Nur allzeit zwey Glieder derfen in kleinern Zahlen angesetzet werden,

näm-

nämlich das 1ste und 2te; oder das 1ste und 3te. Niemal aber alle 3, auch nie das 2te und 3te zugleich: weil man sonst keine gewisse Zahl hätte zur gesuchten Proportion zu gelangen.

§. 507. IIte Anmerkung. Man fraget, wie zu erkennen, daß man die Practik gebrauchen könne? Antwort: ich beobachte, der wievielte Theil von dem grössern Glied ein kleineres ist. Z. E. 60 : 15 gielt 4 : 1. statt 40 : 60 gielt 2 : 3. statt 100 : 1000 gielt 1 : 10. statt 20 : 25 gielt 4 : 5. statt 5 : 100 gielt 1 : 20. In allen dergleichen Fällen kann man diese Practik gebrauchen; wie dann das letzte Exempel von 5 : 100 bey Ausrechnungen der Interessen zu 5 gar bequem dienet. Mehr von dieser Practik muß die Practik selber geben.

An-

Anhang.

Vorerinnerung.

Als gegenwärtige Abhandlung von der Rechenkunst solte verfertiget werden, war gleich die erste Frag, ob das Werklein in deutsch-oder lateinischer Sprache solle geschrieben seyn. Im Latein war es mir leichter, aber wider das Absehen der Schrift, als welche ich also solte abgefasset, daß sie auch von neuen Anfängern des Lateins könte verstanden werden. Im Deutschen sah ich so viele Steine des Anstossens vor mir, als viele in der Rechenkunst theils lateinisch theils aus dem Griechischen lateinisch gemachte Kunstwörter sind, welche noch von Niemand verdolmetschet worden. Denn neben dem, daß es im Deutschen nicht viele gute Rechenbücher giebt, so haben auch jene, die hierinn mehrers gethan, diese Wörter lieber lateinisch geben wollen, als mit Verdeutschung den Kopf beunruhigen. Ich dachte lang nach, ob die Sache wohl an der Unmöglichkeit hafte; besonders, da ich einige deren Wörter bey

Herrn

Herrn Wolf nicht unglücklich verdeutschet zu seyn wahrnahm, wann z. E. Scholion eine Anmerkung, Theorema ein Lehrsatz, Problema eine Aufgab benamset wird. Ist es vieleicht unmöglich, sagte ich, die Wörter quotus, exponens, coefficiens, potentia &c. anders, als den Quotus, den exponente, den coefficiente, die Potenz rc. betiteln? Man will die deutsche Sprache immer verbessern. Man glaubet, wenn Cicero vom Latein geschrieben, daß man neue Sachen mit neuen Nähmen belegen derfe (a) daß eben das bey anderen Sprachen Grund habe. Kurz vor diesem hat man sich wider den Besitz der Schulen aufgemachet, und ihnen ihre angewöhnten lateinischen Kunstwörter den unschuldigen Dativum, Genitivum, verbum neutrum, reciproeum &c. mit kühnen Verdolmetschungen entrissen, und dafür die Gebendung, die Zeugendung, das mittlere Zeitwort, das zurückkehrende Zeitwort rc. aufgedrungen: Solte denn eine dergleichen Kühnheit bey der Rechenkunst nicht möglich, oder eine etwas gelassenere nicht erlaubet seyn? Die waren meine Gedanken. Bey dem aber bedaurete ich, daß nicht etwas dergleichen schon

(a) Dabitis, ut in rebus inusitatis, quod Græci ipsi faciunt, utamur verbis interdum inauditis. *QQ. Acad. L.* 1.

schon gewaget worden, und ich, wenn ich durch das Eis bräche, mit vielen Anstossen selbst verbrechen möchte. Allein, da ich einige Zeit mit derley Wörter ihrer Verdolmetschung umgieng, erfuhr ich, wenigst meinem Gedunken nach, daß ich weiter nicht so gar etwas abentheurisches aushecken würde, wenn ich die mir im Sinn schwebenden Unbildungen der zum Rechnen gehörigen Kunstwörter zu Papier brächte. Dennoch getrauete ich mir nicht mit diesen Wörtern das Buch selbst abzufassen. Und warum nicht? weil es was neues war. Ich wollte mich lieber wegen einem alten Fehler mit mehr andern, als wegen etwann neuen allein tadeln lassen. Nichtsdestoweniger schien ich mir gegen mir selbst ungerecht, wenn ich verdammete, was von anderen noch nicht beurtheilet worden. Dieses ist die Ursach, warum ich dem Buch ein Register der in die Rechenkunst einschlagenden Kunstwörter schier gar alle also hergesetzet, wie ich sie (wenn ich nirgendswo selbe besser gefunden) gewaget deutsch zu kleiden. Ich rücke öfters eine Ursach der Verdeutschung bey, oder ich beziehe mich auf die §§. des Buches, wo von der Sache geredet, und selbe erkläret wird, um jenen die Billichkeit des Ausdruckes begreiflich zu machen, welche ohne der Mathema-

tik

tik oder sonst zu verstehen, was ein Wort in der Rechenkunst sagen will, mit dem Beschnarcher des Apelles ihre Beurtheilungskraft zu hoch erheben möchten: da doch ihr Richterstuhl nur in dem Pantoffel Platz hätte. Weil es doch pur aus Höflichkeit geschieht, daß ich wider eines solchen Richters Ausspruch nicht ausnehme. Deßwegen habe ich auch zu erinneren, daß ich die Ubersetzung mehr nach jenem gemacht, was der Verstand der Wörter ausweist, als was das lateinische Wort sonst ausser der Rechenkunst anzuzeigen gebrauchet wird. Dieses wäre zwar noch so leicht gewesen, jedoch aber oft noch so lächerlich und unverständlich, als einem, der die Sache nicht schon vollkommen versteht, das lateinische selber herausgekommen; denn z. E. wäre es nicht lächerlich, wenn ich Exponens den Ausleger, Coefficiens den Mitmacher benamset hätte, ohne dadurch auch nur um den geringsten Theil mehr Liecht der Sache geben zu können? Beurtheile, gelehrter Leser! jedoch mit Unpartheilichkeit und Verstand meine Dolmetschungen, und wenn sie eines deutschen Mundes würdig sind, gebrauche selbe. Wo nicht: bedenke, daß ich sie selber nicht gebrauchet habe. Doch zeige mir bessere Ausdrücke; oder verlange nicht, daß man in jenem solle deutsch reden, was

sich

sich deutsch reden nicht läßt. Insgemein pflegt man sich mit dem geringern zu behelfen, wenn man am bessern Mangel leidt. Bey allem dem dringe ich diese Wörter niemand auf. Ich lege meine Waare aus. Was ich nicht an den Mann bringe, bleibt liegen. Bleibt mir alles, so habe ich zwar eine unglückliche Messe gehabt: jedoch, ist die Sprache nicht reicher, so bin ich hierdurch auch nicht ärmer geworden. Es bleibt mir mein gutes Absehen.

Deutsches Wortregister.

ABacus Pythagoricus. Die Vermehrungstafel, oder die Pythagorische Zahltafel. §. 65.
Abstracta s. Quantitas.
Addendus numerus. Zusatz. §. 25.
Addere. Zusamsammeln. Zusamnehmen. §. 26.
Additio. Die Zahlsammlung. §. 26.
Æqualis s. Pars.
Æqualitas Gleichheit. §. 265. Ist ein altes Wort. s. Ratio.
Æquatio eine Gleichung. §. 413. Ist auch schon alt.
NB. Weil jede Gleichung aus zweenen Theilen besteht, welche durch das Zeichen der Gleichheit = abgesöndert werden, könnte man nach meinem Gedunken jenen anderen Theil wohl mit Grund die Nebengleichung benamsen, anstatt man sie die andere Gleichung benennet findt.
Æquatio pura. Eine reine. (also Herr Wolf) eine ausgemachte.
affecta eine unreine. (also Herr Wolf) eine unausgemachte.
NB. Weil Æquatio affecta ist, wenn etwas von der zertheilten Wurzelzahl darinn mangelt, und derowegen um selbe aufzulösen selbe erst vollständig muß gemachet werden, so scheint die Benennung ausgemacht, oder unausgemacht die Sache besser als rein, oder unrein anzuzeigen. §. 414. & 415.
Affecta. s. Æquatio. Quantitas.
Alligatio. s. Regula.
Aliquota } s. Pars.
Aliquanta } s. Pars.
Algebra. Die Buchstabenrechnung. (Herrn Eberenz) oder die Allrechnung. Weil die Algebra

bra zu allen, was möglich ist, auszurechnen tauget. §. 109.
Alternando. s. Ratio.
Antithesis. Die Versetzung: denn Antithesis heißt in der Algebra, wenn ein Glied einer Gleichung in die Nebengleichung mit dem widrigen Zeichen versetzet wird. §. 417.
Antecedens. s. Terminus.
Arithmetica. Rechenkunst. Zahlwissenschaft.
Communis. Die Zifferrechnung.
Speciosa. Die Buchstabenrechnung.
s. Ratio. Proportio. Progressio.
Axioma. Grundsatz. (also Herr Wolf) Grundspruch. Lehrspruch. Grundspruch dünkt mir besser als Grundsatz: weil dieses mehr Principium als Axioma bedeutet. Obwohl aber die Axiomata zu Principiis werden können, so ist es doch nichts wesentliches; weil die Axiomata für sich selber eine gründliche Wahrheit in sich haben. §. 6.

B.

Biquadratum. Eine Biquadrat. (also Herr Eberenz) eine gevierte Vierung: denn das Biquadratum entstehet, wenn das Quadratum nochmal zum Quadrato erhoben wird. §. 362.
Binomia. s. Radix.

C.

Calculus. Ausrechnung.
Decimalis. Zehntheilige.
Sexagesimalis. Sechzigtheilige.
Differentialis. Unterscheidsrechnung.
Classis. Classe. (also Herr Wolf) ein Abschnitt: denn Classes heissen, wenn Zahlen in gewisser Ordnung von einander getheilet werden.
Coefficiens. Coefficient. (also Herr Wolf) eine

Beyzahl: denn Coefficiens heißt jene Zahl, welche zu einem Buchstaben gesetzet wird, um anzuzeigen, wie oft der nämliche Buchstaben mit dem Zeichen † stehen solle. §. 113.

Combinationes. Zusammfügungen. Weil man Combinationem heißt; wenn man die Sachen nach ihrer gewissen Zahl zusammsetzt. §. 103.

Communis. s. Arithmetica. Mensura.

Compositus. s. Numerus. Ratio. Regula.

Componendo. s. Ratio.

Complexus. s. Numerus. Quantitas.

Consequens. s. Terminus.

Continentia. Innbegriff. §. 269.

Continua. s. Proportio. Quantitas.

Contrarium. s. Signum.

Corollarium. Zusatz. (Herr Wolf) man könnte es wohl auch Folgerung heissen: denn Corollaria sind Vorträge, welche aus vorigen unmittelbar folgen müssen. §. 11.

Cubus. Würfelzahl, oder Würfelgrösse. §. 360.

D.

Decimalis. s. Calculus. Fractio.

Definitio. Erklärung. (also Herr Wolf) Bestimmung.

Nominalis Wortbestimmung.

Realis Sachbestimmung.

NB. Definitionem nominalem eine Wortbestimmung heissen, scheint mir ganz mit der Natur übereinszukommen. Soll denn also Definitio nicht auch glathin eine Bestimmung heissen? denn Erklärung ehender Declarationem oder eine Erläuterung als Bestimmung des Wesens anzeiget. § 5.

Decrescens. s. Progressio.

Demonstratio. Ein Beweis.

De-

Denominatio. Die Benennung oder Benamsung. (§. 11.

Denominator. Der Nenner. Die Benamsungszahl, das Benamsungsglied. Der Nenner zeigt mehr eine Person als Zahl an. Denominator aber bedeutet das letztere. §. 186. wenn vorige Wort zu lang sind, so heisse mans das Nennglied, oder die Nennzahl.

Determinatus. s. Numerus, Quantitas, Problema.

Differentia. Der Unterscheid. §. 268. s. Calculus.

Dignitas. s. Potentia.

Directa. s. Regula.

Discreta. s. Quantitas. Proportio.

Dividere. Zertheilen, oder abtheilen. §. 37.

Dividendus. Das Ganze, oder die Zertheilungszahl. §. 36.

Divisor. Der Theiler. Ich wollte ihn lieber das Theilungsmaaß benennen: denn der Divisor ist jenes Maaß, nach welchem das Ganze unter mehr zu theilen ist. Der Theiler aber scheint eine Person zu bedeuten. §. 35.

Dividendo. s. Ratio.

Dupplum. Das Zweyfache. §. 285.

E.

Eliminare incognitum. Das unbekannte Glied wegschaffen. (Herr Wolf) oder ausmustern. (§. 434.

Examen. Die Prob. §. 97. Ist schon alt.

Excessus. Ubermaaß. Uberschuß.

Exemplum. Ein Muster oder Beyspiel.

Exponens. s. Ratio. item das Gradmaaß. §. 130.

Extractio. s. Radix.

Extrema. s. Termini.

F.

Factor. s. Multiplicator.

Fa-

Factum. s. Productum.
Falsi. s. Regula.
Fractio. Ein Bruch. §. 185.
Decimalis. Zehenfältiger Bruch. §. 253.
Fracta. Gebrochner Bruch. §. 215.
Propria. Eigentlicher Bruch.
Sexagesimalis. Sechzigfältiger Bruch.
Spuria. Ein verkehrter Bruch. §. 189.
Fractus Numerus. Ein Bruch. §. 185.
Fractionem reducere. Einen Bruch verstalten: denn fractionem reducere heißt den Bruch mit kleinern Ziffern ausdrücken, doch so, daß der vorige Werth des Bruches verbleibe. a. §. 203. ꝛc.
Fractionis Termini. Die Bruchglieder, Bruchziffer. §. 188.

G.

Geometria. Die Feldmeßkunst, die Meßwissenschaft.
Geometria. s. Progressio. Proportio. Ratio.

H.

Heterogeneus / Homogeneus] s. Numerus. Quantitas.
Hypobibasmus. Die Gleichungsverniedrigung. Denn Hypobabismum neñet man, wenn man alle Glieder einer Gleichung um gleich vieles herabsetzet. §. 419.
Hypothesis. Willkürlicher Satz. (so Herr Wolf) könnte man ihn nicht mit einem Wort einen Wahlsatz nennen? weil er blos von unserer Wahl abhängt. §. 13.

I.

Imaginarium. s. Problema.
Inæqualitas. s. Ratio.
Incommensurabilis. s. Numerus.

In-

Indeterminatus. ſ. Numerus. Quantitas. Problema.
Incomplexus. ſ. Numerus. Quantitas.
Innominatus. ſ. Quantitas. Numerus.
Integer. ſ. Numerus.
Invertendo. ſ. Ratio.
Inverſa. ſ. Regula.
Iſomeria. Die Bruchtilgung: denn Iſomeriam heißt man, wenn man von einer Gleichung einen Bruch wegbringt. §. 421.

L.

Lemma. Ein Lehnſatz: denn Lemma iſt ein ſolcher Satz, den man anderswoher entlehnet etwas zu erweiſen. §. 8.

M.

Matheſis. Die Mathematik iſt ein ſo altes Wort, daß man es für deutſch anſehen mag.
Mixta. Die vermiſchte.
Pura. Die bloſſe.
Practica. Die würkſame.
Speculativa. Die beſchauliche.
Menſura communis maxima. Das gröſte gemeinſchaftliche Theilungsmaaß. §. 209.
Metatheſis. ſ. Antitheſis.
Methodus. Lehrart, oder Rechnungsart.
Minuendus. Das Ganze, oder das Gröſſere. Dieſes Wort kömmt bey der Subtraction vor, und heißt jene Zahl, von der etwas abgezogen ſolle werden; daher heiſſe ich es das Gröſſere, weil ſonſt die Subtraction nicht geſchehen könnte.
Multiplicare. Vervielfältigen. In Lexico mathematico heißt es vielfältigen.
Multiplicatio. idem, oder die Zahlmehrung. §. 33.
Multiplicandus. Die Vermehrungszahl. §. 31.

Multiplicator. Factor. Das Mehrungsmaaß. (§. 30.

Multiplum. Productum. Das Mehrfache. Das Ganze. Herr Wolf heißt es das Product. (§. 32.

N.

Negativa. s. Quantitas.

Nota numerica. Ein Ziffer.

Commensurabilis. Eine Maaßhältige Zahl.

Numerus compositus. Vielfältige oder gemehrte Zahl. §. 115.

Complexus. Zusammgesetzte Zahl. s. Quantitas. §. 113.

Determinatus. Denominatus. Bestimmte Zahl. §. 109.

Fractus. Bruch. §. 185.

Incommensurabilis. Unmäßige Zahl, weil sie ohne Maaß ist.

Indeterminatus. Innominatus. Unbestimmte Zahl. §. 109.

Integer. Das Ganze. §. 184.

Irrationalis. Unhältige Zahl: weil sie keine Verhältniß hat.

Heterogeneus. Ungleichbenamste Zahl. (§. 94.

Homogeneus. Gleichbenamste Zahl, oder gleichgeartete Zahl. §. 94.

Mixtus. Vermengte Zahl.

Quadratus. Eine gevierte Zahl. §. 359.

Purus. Eine blosse Zahl.

Rationalis. Eine verhältmäßige Zahl.

Numerare. Zehlen. §. 23.

Numerator. Zehler. (Herr Wolf) das Zahlglied. s. Denominator. & §. 187.

Numeratio. Das Zehlen. §. 23.

P.

Parabolismus. Die Gleichungsmehrung. Ist Hypobibasmo just entgegen gesetzet. §. 420.
Pars aliquanta. Ein unmäßiger Theil. §. 180.
Aliquota. Ein mäßiger Theil. §. 179.
Æqualis. Ein gleicher Theil.
Similis. Ein ähnlicher Theil. §. 181.
Parva infinite. Die immer Kleineren.
Permutationes. Versetzungen. §. 102.
Potentia. Potenz (Herr Wolf) ein Zahlstaffel, oder Zahlgrad, weil in den Potentiis die Zahlen immerzu anwachsen. §. 357.
Potentia secunda, tertia. Der zweyte oder dritte Zahlgrad.
Positiva. s. Quantitas.
Positionis. s. Regula.
Postulatum. Ein Heischesatz. (also Lexicon mathem.) wäre nicht klärer ein Freysatz, weil man ihn begehret freyhin anzunehmen. §. 7.
Practica. s. Mathesis.
Problema. Aufgab. (so Herr Wolf.)
Determinatum. Aufgab einer bestimmten Grösse. §. 409.
Indeterminatum. §. 410' einer unbestimmten Grösse.
Imaginarium. Eine einbilderische Aufgab.
Productum. s. Multiplum.
Progressio. Eine Verhältnißreihe, oder Staffelreihe. §. 280.
Arithmetica. Nach dem Unterscheid. §. 280.
Geometrica. Nach dem Innbegrif. §. 280.
Crescens. Eine Aufnehmende. §. 281.
Decrescens. Eine Abnehmende. 281.
Proportio. Verhältnißähnlichkeit, oder Ebenmaaß. §. 271.

Arithmetica. Nach dem Unterscheid. §. 271.
Geometria. Nach dem Innbegriff. §. 271.
Continua. Ununterbrochne, unausgesetzte. (§. 274.
Discreta. Unterbrochne, ausgesetzte. §. 274.

Pura. s. Æquatio. Numerus.

Q.

Quadratum. Eine Vierung, eine Vierungszahl. (§. 359.

Quantitas. Eine Grösse. (Herr Wolf) Ich muß bekennen, daß mir dieses Wort Grösse niemals für recht tauglich geschienen das lateinische Wort Quantitas auszudrücken: denn Grösse eigentlich Magnitudinem anzeiget; Quantitas aber schließt in sich Magnitudinem, Multitudinem, Extensionem &c. Weil mir aber kein anderes Wort beyfällt, welches die Sache besser ausdrückte, mögen wir indessen gedulten, daß Grösse Quantitas heisse, gleichwie auch die Franzosen selbe Grandeur benamsen.

Quantitas affecta. Eine mehrtheilige Grösse. (§. 113.
Abstracta. Eine unbestimmte Grösse. §: 109.
Continua. Zusammhangende Grösse. §. 2.
Complexa. Mehrtheilige Grösse. §. 113.
Discreta. Abgesönderte Grösse. §. 2.
Homogenea. Gleichgeartete, gleichbenennte Grösse.
Heterogenea. Ungleichgeartete, ungleichbenennte Grösse. §. 94
Incomplexa. Einfältige Grösse. §. 112.
Indeterminata } s. Abstracta. Denn es ist
Innominata } eines.
Negativa. Falsche. (so Herr Wolf) mangelnde, abgängige.

Po-

Positiva. Wahre. (so Herr Wolf) würkliche. (§. 117.

Quotus. Die Theilzahl: denn Quotus zeiget an, wie viel Theile eines Ganzen einem zukommen. §. 34. Es hieße auch der Antheil.

R.

Radix. Heißt insgemein Wurzel. Wer sollte sich aber einbilden, was dieses in der Rechnung sagen wolle? die Sache würde in etwas klärer seyn, wenn man sie die Grundzahl nennete: weil die Radix der Anfang aller Potentiarum ist. §. 357. Majer heißt sie Stammzahl in Atlante.

Radix binomia, Trinomia, Polynomia. Zweytheilige, dreytheilige, mehrtheilige ꝛc. Grundzahl. Herr Wolf, und mit ihm Herr Eberenz nennet sie eine binomische, trinomische, polynomische Wurzel. §. 369.

Radix quadrata. Die Vierungsgrundzahl. §. 363.
 Cubica. Die Würfelgrundzahl. §. 364.
 Extrahere. Die Grundzahl finden. §. 365.

Ratio. Verhältniß. Termini. Die Verhältnißglieder. §. 262.
 Arithmetica. Nach dem Unterscheid. §. 268.
 Alternando. Wechselweis. §. 277.
 Æqualitatis. Nach der Gleichheit. §. 265.
 Componendo. Mit Zusatz. §. 278.
 Dividendo. Mit Abzug. §. 279.
 Exponens. Das Verhältnißmaaß. §. 270.
 Ex æquo ordinate. Nach ordentlicher Gleichheit.
 Ex æquo perturbate. Nach unordentlicher Gleichheit.
 Geometrica. Nach dem Innbegrif. §. 269.

Sim-

Simplex. Eine einfache. Compoſita. Eine mehrfache. §. 282.
Simpla. Eine Einfältige.
Dupplex. Eine zweyfache. Duppla. Eine zweyfältige.
Tripplex. Eine dreyfache. Trippla. Eine dreyfältige.
Multiplex. Eine vielfache. Multipla. vielfältige.

Invertendo. Umgekehrt.

Reducere. ſ. Fractio.

Ad terminos minores. Den Bruch kleiner ausdrücken. §. 205.

Ad terminos minimos. Den Bruch aufs kleinſte ausdrücken.

Regula trium. Die Regel mit dreyen. §. 341.

Directa. Die ordentliche. §. 341.

Inverſa. Die verkehrte. §. 344.

Compoſita. Die vermehrte. §. 347.

Societatis. Die Geſellſchafts Regel. §. 351.

Alligationis. Die Vermiſchungs Regel. (§. 467.

Falſi. Die Rechnung mit Wählen. Die Wahlregel.

Dupplicis Poſitionis. Die Rechnung mit mehr Sätzen.

Relate. Reſpective. In Rückſicht, in Vergleich.

Reſiduum. Der Reſt. §. 28.

Reſolutio. Die Auflöſung. §. 416.

S.

Scholion. Anmerkung. (Herr Wolf.)

Sexageſimalis. ſ. Calculus.

Signa. Die Rechnungszeichen. §. 44.

† Das Zuſatzzeichen. (Herr Wolf heißt es das Mehrzeichen.

— Das

— Das Abzugszeichen. (Herr Wolf nennt es das Minderzeichen.
× Das Vermehrungszeichen.
: Das Theilungszeichen.
Contraria. Die Gegenzeichen.
Similis. ſ. Pars.
Simplex. ſ. Ratio.
Societas. ſ. Regula.
Species arithmeticæ. Die Rechnungsarten.
Speculativa. ſ. Matheſis.
Spuria. ſ. Fractio.
Summa. Die Summe. (Herr Wolf.) oder das Ganze. §. 24. oder das Geſammte.
Subtrahere. Subtractio. Abziehen. §. 29.
Subtrahendus. Der Abzug. §. 27.

T.

Termini. Die Glieder. (Herr Wolf.) §. 263.
Antecedens. Der Vordertheil. Vorderſatz. (§. 265.
Conſequens. Der Hintertheil. Hinterſatz. (§. 265.
Extremi. Die Nebenglieder. §. 275.
Medii. Die Mittelglieder. §. 275.
Fractionis. ſ. Fractio.
Theorema. Lehrſatz. (Herr Wolf.) §. 9.
Theoria. ſ. Matheſis.
Totum. Das Ganze. §. 175.
Trinomia. ſ. Radix.
Transformatio. Gleichungsverſtalrung. §. 418.

Z.

Zerum. Das Nulle.

ENDE.

ERRATA.

Seite.	Zeile	Fehler	Lies
9	21	ist	3 ist
72	13	28	36
72	14	28	36
72	15	28	36
49	7	† 3	† 4
62	23	$-$ g	$-$ 3 g
69	28	$a \frac{2}{3}$	a^2 NB. Dieser Fehler ist nit in allen Exemplaren.
94	15	$\frac{15}{2}$ e	$\frac{12}{5}$ c
97	4	† $\frac{\quad}{f}$	† $\frac{\quad}{f}$
118	21	h	c
124	3	$3 : x$	$4 : x$
126	21	12	11
127	10	641	647
129	7	halben	deleatur
169	21	$\sqrt{}\, bd - bc$	$\sqrt{bd - bc}$
172	13	46	4 b
175	1	2 x $-$	3 x $-$
175	8	6 c	b c
175	14	multiplicatorem	multiplicationem
194	6	14	6
194	8	6	14
194	11	$\frac{338}{29} = 11 \frac{19}{29}$	$\frac{242}{29} = 8 \frac{10}{29}$

23

9

93

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Lori, Michael,

Rechenkunst sowohl mit Ziffern als Buchstaben samt einem Anhang, wie die lateinischen arithmetischen Wörter deutsch zu geben ; zu akademischen Gebrauch verfertiget

Salzburg 1761

Passau, Staatliche Bibliothek -- S nv/GL 84
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11341096-8
VD18 12014737-004